Министерство образования и науки Российской Федерации
Белгородский государственный технологический университет
им. В. Г. Шухова

Г. Д. Лукьянов, А.В.Сабылинский

Ф И З И К А

Утверждено ученым советом университета в качестве учебного пособия для студентов всех технических специальностей заочной формы обучения.

Белгород
2014

ВВЕДЕНИЕ

Цель настоящего учебного пособия – оказать помощь студентам заочной формы обучения в изучении курса физики.

Учебная работа студента заочной формы обучения по изучению физики складывается из следующих основных моментов: самостоятельного изучения физики по учебникам, решения задач, выполнения контрольных работ, а в период сессии – прохождения лабораторного практикума, сдачи зачетов и экзаменов.

В учебном пособии учтены особенности учебных планов различных форм обучения. Это различия в числе контрольных работ и во времени, отводимом на изучение курса общей физики.

Учебный материал программы курса излагается в учебниках, рекомендованных для высших учебных заведений инженерно-технических специальностей.

Требования к выполнению контрольных работ

При выполнении контрольных работ студенту необходимо руководствоваться следующим:

1. Брать номера задач из соответствующих, приведенных таблиц. Номер варианта должен соответствовать последней цифре в зачетной книжке.

2. Условия задач переписывать полностью, без сокращений.

3. Записывать данные задачи в буквенных обозначениях и выражать все величины в системе СИ.

4. Решение задач должно сопровождаться исчерпывающимися объяснениями.

5. Решать задачу следует в общем виде, т.е. выражать искомую величину в буквенных обозначениях величин, заданных в условии задачи.

6. Подставить в окончательную формулу числовые значения и записать в ответе значение и сокращенные наименования единицы измерения искомой величины.

7. Выполненную работу студенту необходимо передать на кафедру физики для ее регистрации и проверки преподавателем.

8. Студент должен быть готов при собеседовании дать пояснения по существу решения задач, входящих в его контрольные работы.

1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

1.1.ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

КИНЕМАТИКА

Положение материальной точки в пространстве задается радиус-вектором $\bar{r}$:

$$\bar{r} = \bar{i}x + \bar{j}y + \bar{k}z\,,$$

где $\bar{i}$, $\bar{j}$, $\bar{k}$ – единичные векторы направлений (орты); x, y, z – координатные точки.

Кинематическое уравнение движения в координатной форме:

$$x = f_1(t);\; y = f_2(t);\; z = f_3(t),$$

где t – время.

Средняя скорость

$$\langle V \rangle = \frac{\Delta r}{\Delta t}\,,$$

где Δr – перемещение материальной точки за интервал времени Δt.

Средняя путевая скорость

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t}\,,$$

где Δs – путь, пройденный точкой за интервал времени Δt.

Мгновенная скорость

$$\bar{V} = \frac{dr}{dt} = \bar{i}v_x + \bar{j}v_y + \bar{k}v_z\,,$$

где $v_x = \dfrac{dx}{dt}$; $v_y = \dfrac{dy}{dt}$; $v_z = \dfrac{dz}{dt}$ – проекции скорости $\bar{V}$ на оси координат.

Модуль скорости

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}\,.$$

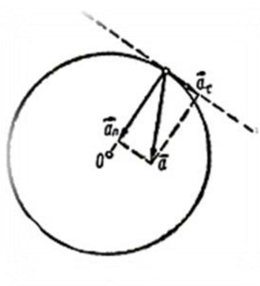


Рис. 1

Ускорение

$$\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt} = \bar{i}a_x + \bar{j}a_y + \bar{k}a_z\,,$$

где $a_x = \dfrac{dv_x}{dt}$; $a_y = \dfrac{dv_y}{dt}$; $a_z = \dfrac{dv_z}{dt}$

– проекции ускорения $\bar{a}$ на оси координат.

Модуль ускорения $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$.

При криволинейном движении ускорение можно представить как сумму нормальной $\bar{a}_n$ и тангенциальной $\bar{a}_\tau$ составляющих (рис. 1):

$$\bar{a} = \bar{a}_n + \bar{a}_\tau .$$

Модули этих ускорений:

$$a_n = \frac{v^2}{R}; \; a_\tau = \frac{dv}{dt}; \; a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} ,$$

где R – радиус кривизны в данной точке траектории.

Кинематическое уравнение равнопеременного движения материальной точки вдоль оси x

$$x = x_0 + vt ,$$

где x_0 – начальная координата; t – время. При равномерном движении $v = const$ и $a = 0$.

Кинематическое уравнение равнопеременного ($a = \text{const}$) движения вдоль оси x

$$x = x_0 + vt + at^2/2 ,$$

где v_0 – начальная скорость; t – время.

Скорость точки при равнопеременном движении

$$v = v_0 + at .$$

Положение твердого тела (при заданной оси вращения) определяется углом поворота (или угловым перемещением) φ .

Кинематическое уравнение вращательного движения

$$\varphi = f(t).$$

Средняя угловая скорость

$$\langle \omega \rangle = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} ,$$

где $\Delta\varphi$ – изменение угла поворота за интервал времени Δt .

Мгновенная угловая скорость

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} .$$

Угловое ускорение

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} .$$

Кинематическое уравнение равномерного вращения

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t ,$$

где ω_0 – начальное угловое перемещение; t – время.

При равномерном вращении

$$\omega = \text{const} \text{ и } \varepsilon = 0 .$$

Частота вращения

$$n = N/t\text{ , или } n = 1/T\text{ ,}$$

где N – число оборотов, совершаемых телом за время t; T – период вращения (время одного полного оборота).

Кинематическое уравнение равнопеременного вращения ($\varepsilon = \text{const}$)

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \varepsilon t^2/2,$$

где ω_0 – начальная угловая скорость; t – время.

Угловая скорость тела при равнопеременном движении

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t.$$

Связь между линейными и угловыми величинами, характеризующими вращение материальной точки, выражается следующими формулами:

путь, пройденный точкой по дуге окружности радиусом R,

$$s = \varphi R,$$

где φ – угол поворота тела;

скорость точки линейная

$$v = \omega R;\ \overline{V} = [\overline{\omega}\overline{R}];$$

Ускорения точки:

тангенциальное

$$a_\tau = \varepsilon R;\ \overline{a}_\tau = [\overline{\varepsilon}\overline{R}];$$

нормальное

$$a_n = \omega^2 R;\ \overline{a}_n = -\omega^2 \overline{R}.$$

Динамика материальной точки и тела, движущихся поступательно

Уравнение движения материальной точки (второй закон Ньютона): в векторной форме

$$\frac{d\overline{p}}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \overline{F}_i\text{ , или } m\overline{a} = \sum_{i=1}^{N} \overline{F}_i\text{ ,}$$

где $\sum_{i=1}^{N} \overline{F}_i$ – геометрическая сумма сил, действующих на материальную точку; m – масса; $\overline{a}$ – ускорение; $\overline{p} = m\overline{v}$ – импульс; N – число сил, действующих на точку;

в проекциях

$$m a_x = \sum F_{xi}\ ,\ m a_x = \sum F_{yi}\ ,\ m a_x = \sum F_{zi}\ ,$$

или

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = \sum F_{xi}\ ,\ m\frac{d^2y}{dt^2} = \sum F_{yi}\ ,\ m\frac{d^2z}{dt^2} = \sum F_{zi}\ ,$$

где под знаком суммы стоят проекции сил F_i на соответствующие оси координат.

Сила упругости

$$F_{упр} = -kx,$$

где k – коэффициент упругости (жесткость в случае пружины); x – абсолютная деформация.

Сила гравитационного взаимодействия

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где G – гравитационная постоянная; m_1 и m_2 – массы взаимодействующих тел, рассматриваемых как материальные точки; r – расстояние между ними.

Сила трения скольжения

$$F_{тр} = \mu N\ ,$$

где μ – коэффициент трения скольжения; N – сила нормального давления.

Координаты центра масс системы материальных точек

$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{m_i},\ y_c = \frac{\sum m_i y_i}{m_i},\ z_c = \frac{\sum m_i z_i}{m_i},$$

где m_i – масса i-й материальной точки; x_i, y_i, z_i – её координаты.

Закон сохранения импульса

$$\sum_{i=1}^{N} \bar{p}_i = \text{const},\ \text{или}\ \sum_{i=1}^{N} m_i \bar{V}_i = \text{const},$$

где N – число материальных точек (или тел), входящих в систему.

Работа, совершаемая постоянной силой

$$\Delta A = \bar{F}\Delta\bar{r},\ \text{или}\ \Delta A = F\Delta r\cos\alpha,$$

где α – угол между направлением векторов силы F и перемещения Δr.

Работа, совершаемая переменной силой

$$A = \int_L F(r)\cos\alpha\, dr,$$

где интегрирование ведется вдоль траектории, обозначаемой L.

Средняя мощность за интервал времени Δt

$$\langle N \rangle = \frac{\Delta A}{\Delta t}.$$

Мгновенная мощность

$$N = \frac{dA}{dt}, \text{ или } N = Fv\cos\alpha,$$

где dA – работа, совершаемая за промежуток времени dt.

Кинетическая энергия материальной точки (или тела), движущихся поступательно.

$$T = mv^2/2, \text{ или } T = p^2/(2m).$$

Потенциальная энергия тела и сила, действующая на тело в данной точке поля, связанны соотношением

$$\bar{F} = -\text{grad}\,\bar{\Pi} \text{ или } \bar{F} = -\left(\bar{i}\frac{\partial \Pi}{\partial x} + \bar{j}\frac{\partial \Pi}{\partial y} + \bar{k}\frac{\partial \Pi}{\partial z}\right),$$

где $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ – единичные векторы (орты). В частном случае, когда поле сил обладает сферической симметрией (как, например, гравитационное),

$$F = -\frac{d\Pi}{dr}.$$

Потенциальная энергия упругодеформированного тела (сжатой или растянутой пружины)

$$\Pi = \frac{kx^2}{2}.$$

Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия двух материальных точек (или тел) массами m_1 и m_2, находящихся на расстоянии r друг от друга,

$$\Pi = -G\frac{m_1 m_2}{r}.$$

Потенциальная энергия тела, находящегося в однородном поле силы тяжести,

$$\Pi = mgh,$$

где h – высота тела над уровнем, принятым за нулевой для отсчета потенциальной энергии. Эта формула справедлива при условии $h << R$, где – R радиус Земли.

Закон сохранения энергии в механике выполняется в замкнутой системе, в которой действуют только консервативные силы, и записывается в виде

$$T + \Pi = \text{const}.$$

Динамика вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси

Момент силы $\overline{F}$, действующей на тело, относительно оси вращения

$$M = F_{\perp} l ,$$

где $F_{\perp}$ – проекция силы $\overline{F}$ на плоскость, перпендикулярную оси вращения; l – плечо силы $\overline{F}$ (кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы).

Момент инерции относительно оси вращения:

а) материальной точки

$$J = mr^2 ,$$

где m – масса точки; r – расстояние ее от оси вращения;

б) дискретного твердого тела (системы материальных точек)

$$J = \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i r_i^2 ,$$

где Δm_i – масса i-ой материальной точки; r_i – расстояние от точки до оси вращения; n – число материальных точек;

в) сплошного твердого тела

$$J = \int r^2 dm .$$

Если тело однородно, т.е. его плотность ρ одинакова по всему объему, то

$$dm = \rho dV \text{ и } J = \rho \int r^2 dV ,$$

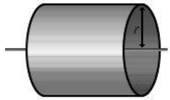
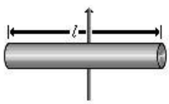
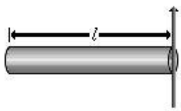
где V – объем тела.

Теорема Штейнера. Момент инерции тела относительно произвольной оси

$$J = J_0 + ma^2 ,$$

где J – момент инерции этого тела относительно оси, проходящей через центр тяжести тела параллельно заданной оси; a – расстояние между осями; m – масса тела.

Моменты инерции некоторых тел правильной геометрической формы:

Тело	Изображение	Момент инерции
Полый тонкостенный цилиндр радиуса R и массы m		mR^2
Сплошной цилиндр (диск) радиуса R и массы m		$\frac{1}{2}mR^2$
Шар радиуса R и массы m		$\frac{2}{5}mR^2$
Тонкостенная сфера радиуса R и массы m		$\frac{2}{3}mR^2$
Ось перпендикулярна к стержню и проходит через его середину		$\frac{1}{12}ml^2$
Ось перпендикулярна к стержню и проходит через его конец		$\frac{1}{3}ml^2$

Момент импульса вращающегося тела относительно оси

$$L = J\omega .$$

Закон сохранения момента импульса

$$\sum_{i=1}^{n} L_i = \mathrm{const},$$

где L_i – момент импульса i-го тела, входящего в состав системы.

Закон сохранения момента импульса для двух взаимодействующих тел

$$J_1\omega_1 + J_2\omega_2 = J_1'\omega_1' + J_2'\omega_2',$$

где J_1, J_2, ω_1 и ω_2 – моменты инерции и угловые скорости тел до взаимодействия; J_1', J_2', ω_1' и ω_2' – те же величины после взаимодействия.

Закон сохранения момента импульса для одного тела, момент инерции которого меняется

$$J_1\omega_1 = J_2\omega_2 ,$$

где J_1 и J_2 – начальный и конечный моменты инерции; ω_1 и ω_2 – начальная и конечная угловые скорости тела.

Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси

$$\overline{M}dt = d(J\overline{\omega}),$$

где $\overline{M}$ – момент силы, действующей на тело в течение времени dt; J – момент инерции тела; $\overline{\omega}$ – угловая скорость; $J\overline{\omega}$ – момент импульса.

Если момент силы и момент инерции постоянны, то это уравнение записывается в следующем виде:

$$\overline{M}\Delta t = J\Delta\overline{\omega}.$$

В случае постоянного момента инерции основное уравнение динамики вращательного движения принимает вид

$$\overline{M} = J\overline{\varepsilon},$$

где $\overline{\varepsilon}$ – угловое ускорение.

Работа постоянного момента силы M, действующего на вращающееся тело

$$A = M\varphi,$$

где φ – угол поворота тела.

Мгновенная мощность, развиваемая при вращении тела

$$N = M\omega.$$

Кинетическая энергия вращающегося тела

$$T = \frac{J\omega^2}{2}.$$

Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения

$$T = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2},$$

где $\frac{mv^2}{2}$ – кинетическая энергия поступательного движения тела; v – скорость центра инерции тела; $\frac{J\omega^2}{2}$ – кинетическая энергия вращательного движения тела вокруг оси, проходящей через центр инерции.

Работа, совершаемая при вращении тела, и изменение его кинетической энергии связаны соотношением

$$A = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2}.$$

Величины, характеризующие динамику вращательного движения, и формулы, описывающие это движение, аналогичны соответствующим величинам и формулам поступательного движения.

Эта аналогия раскрывается следующей таблицей:

Поступательное движение	Вращательное движение
Основной закон динамики	
$F\Delta t = mv_2 - mv_1$; $F = ma$	$M\Delta t = J\omega_2 - J\omega_1$; $M = J\varepsilon$
Закон сохранения	
импульса $\sum_{i=1}^{n} m_i v_i = const$	момента импульса $\sum_{i=1}^{n} J_i \omega_i = const$
Работа и мощность	
$A = Fs$; $N = Fv$	$A = M\varphi$; $N = M\omega$
Кинетическая энергия	
$T = \frac{mv^2}{2}$	$T = \frac{J\omega^2}{2}$

Механические колебания и волны.

Уравнение гармонических колебаний

$$x = A\cos(\omega t + \varphi),$$

где x – смещение колеблющейся точки от положения равновесия; t – время; A, ω, φ – соответственно амплитуда, угловая частота, начальная фаза колебаний; $(\omega t + \varphi)$ – фаза колебаний в момент t.

Угловая частота колебаний

$$\omega = 2\pi\nu, \text{ и } \omega = 2\pi/T,$$

где ν и T – частота и период колебаний.

Скорость точки, совершающей гармонические колебания

$$v = \dot{x} = -A\omega\sin(\omega t + \varphi).$$

Ускорение при гармонических колебаниях

$$a = \ddot{x} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi).$$

Амплитуда A результирующего колебания, полученного при сложении двух колебаний с одинаковыми частотами, происходящих по одной прямой, определяется по формуле

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1),$$

где A_1 и A_2 – амплитуды составляющих колебаний; φ_1 и φ_2 – их начальные фазы.

Начальная фаза φ результирующего колебания может быть найдена из формулы

$$tg\varphi = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}.$$

Частота биений, возникающих при сложении двух колебаний, происходящих по одной прямой с различными, но близкими по значению частотами ν_1 и ν_2,

$$\nu = \nu_1 - \nu_2.$$

Уравнение траектории точки, участвующих в двух взаимно перпендикулярных колебаниях с амплитудами A_1 и A_2, и начальными фазами φ_1 и φ_2,

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1A_2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Если начальные фазы φ_1 и φ_2 составляющих колебаний одинаковы, то уравнение принимает вид

$$y = \frac{A_2}{A_1}x, \text{ или } y = -\frac{A_2}{A_1}x,$$

т.е. точка движется по прямой.

В том случае, если разность фаз $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \pi/2$, уравнение принимает вид

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1,$$

т.е. точка движется по эллипсу.

Дифференциальное уравнение гармонических колебаний материальной точки

$$m\ddot{x} = -kx, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = 0,$$

где m – масса точки; k – коэффициент квазиупругой силы $(k = m\omega^2)$.

Полная энергия материальной точки, совершающей гармонические колебания

$$E=\frac{mA^2\omega^2}{2}=\frac{kA^2}{2}.$$

Период колебаний тела подвешенного на пружине (пружинный маятник)

$$T=2\pi\sqrt{m/k},$$

где m – масса тела; k – жесткость пружины.

Формула справедлива для упругих колебаний в пределах, в которых выполняется закон Гука (при малой массе пружины в сравнение с массой тела).

Период колебаний математического маятника

$$T=2\pi\sqrt{l/g},$$

где l – длина маятника; g – ускорение свободного падения.

Период колебаний физического маятника

$$T=2\pi\sqrt{L/g}=2\pi\sqrt{J/(mga)},$$

где J – момент инерции колеблющегося тела относительно оси колебаний; a – расстояние центра масс маятника до оси колебаний; $L=J/(ma)$ – приведенная длина физического маятника.

Приведенные формулы являются точными для случая бесконечно малых амплитуд. При конечных амплитудах эти формулы дают лишь приближенные результаты. При амплитудах не более $\approx 3^\circ$ ошибка в значении периода не превышает 1%.

Период крутильных колебаний тела, подвешенного на упругой нити,

$$T=2\pi\sqrt{J/k},$$

где J – момент инерции тела относительно оси, совпадающей с упругой нитью; k – жесткость упругой нити, равная отношению упругого момента, возникающего при закручивании нити, к углу, на котором нить закручивается.

Дифференциальное уравнение затухающих колебаний

$$m\ddot{x}=-kx-r\dot{x}\text{, или }\ddot{x}+2\delta\dot{x}+\omega_0^2x=0,$$

где r – коэффициент сопротивления; δ – коэффициент затухания: $\delta=r/(2m)$; ω_0 – собственная угловая частота колебаний, равная

$$\omega=\sqrt{k/m}.$$

Уравнение затухающих колебаний

$$x=A(t)\cos(\omega t+\varphi),$$

где $A(t)$ – амплитуда затухающих колебаний в момент t; ω – их угловая частота.

Угловая частота затухающих колебаний

$$\omega=\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}.$$

Зависимость амплитуды затухающих колебаний от времени

$$A(t) = A_0 e^{-\delta t},$$

где A_0 – амплитуда колебаний в момент $t = 0$.

Логарифмический декремент колебаний

$$\theta = ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T,$$

где $A(t)$ и $A(t+T)$ – амплитуды двух последовательных колебаний, отстоящих по времени друг от друга на период.

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + F_0 \cos\omega t, \text{ или}$$

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 \dot{x} = f_0 \cos\omega t,$$

где $F_0 \cos\omega t$ – внешняя периодическая сила, действующая на колеблющуюся материальную точку и вызывающая вынужденные колебания; F_0 – ее амплитудное значение; $f_0 = F_0/m$.

Амплитуда вынужденных колебаний

$$A = f_0 \Big/ \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}.$$

Резонансная частота и резонансная амплитуда

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} \text{ и } A_{рез} = f_0 \Big/ \left(2\delta\sqrt{\omega_0^2 + \delta^2}\right).$$

Уравнение плоской волны

$$\xi(x,t) = A\cos\omega(t - x/v), \text{ или } \xi(x,t) = A\cos\omega(\omega t - kx),$$

где $\xi(x,t)$ – смещение точек среды с координатой x в момент времени t; ω – угловая частота; v – скорость распространения колебаний в среде (фазовая скорость); k – волновое число; $k = 2\pi/\lambda$; λ – длина волны.

Длина волны связана с периодом T колебаний и частотой ν соотношением

$$\lambda = vT \text{ и } \lambda = v/\nu.$$

Разность фаз колебаний двух точек среды, расстояние между которыми (разность хода) равно Δx,

$$\Delta\varphi = (2\pi/\lambda)\Delta x,$$

где λ – длина волны.

Уравнение стоячей волны

$$\xi(x,t) = A\cos\omega\tfrac{x}{v}\cos\omega t, \text{ или } \xi(x,t) = A\cos kx\cos\omega t$$

1.2. Примеры решения задач

Пример 1. Уравнение движения материальной точки вдоль оси x имеет вид $x = A + Bt + Ct^3$, где A = 2 м, B = 1 м/с, C = -0,5 м/с^3. Найти координату *x*, скорость *v* и ускорение *a* точки в момент времени *t* = 2 с.

Решение. Координату x найдем, подставив в уравнение движения числовые значения коэффициентов A, B и C и времени t:

$$x = (2 + 1 \cdot 2 - 0{,}5 \cdot 2^3)\text{м} = 0$$

Мгновенная скорость есть первая производная от координаты по времени:

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = B + 3Ct^2 .$$

В момент времени *t* = 2 с

$$\upsilon = (1 - 3 \cdot 0{,}5 \cdot 2^2)\text{м/с} = -5\text{м/с} .$$

Ускорение точки найдем, взяв первую производную от скорости по времени:

$$a = \frac{d\upsilon}{dt} = 6Ct .$$

В момент времени *t* = 2 с

$$a = 6(-0{,}5)\,2\,\text{м/с} = -6\text{м/с}^2 .$$

Пример 2. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = A + Bt + Ct^2$ где A = 10 рад, B = 20 рад/с, C = –2 рад/с^2. Найти полное ускорение точки, находящейся на расстоянии *r* = 0,1 м от оси вращения, для момента времени *t* = 4 с.

Решение. Полное ускорение $\vec{a}$ точки, движущейся по кривой линии, может быть найдено как геометрическая сумма тангенциального ускорения $\vec{a}_\tau$, направленного по касательной к траектории, и нормального ускорения $\vec{a}_n$, направленного к центру кривизны траектории (см. рис. 1):

Так как векторы $\vec{a}_\tau$ и $\vec{a}_n$ взаимно перпендикулярны, то абсолютная величина ускорения

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} \qquad (1)$$

Тангенциальное и нормальное ускорения точки вращающегося тела выражаются следующими формулами:

$$\vec{a}_\tau = \varepsilon r , \quad \vec{a}_n = \omega^2 r ,$$

где ω — угловая скорость тела; $\vec{a}_n$ — его угловое ускорение. Подставляя выражения для a_τ и a_n в формулу (1), находим

$$a = \sqrt{\varepsilon^2 r^2 + \omega^4 r^2} = r\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4} . \qquad (2)$$

Угловую скорость ω найдем, взяв первую производную от угла поворота по времени:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = B + 2Ct\ .$$

В момент времени t = 4 с угловая скорость

$$\omega = [20 + 2\,(-2)\,4]\ \text{рад/с} = 4\ \text{рад/с}.$$

Угловое ускорение найдем, взяв первую производную от угловой скорости по времени:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = 2\text{C} = -4\text{рад/с}^2$$

Это выражение не содержит времени; следовательно, угловое ускорение заданного движения постоянно.

Подставляя найденные значения ω и ε и заданное значение r в формулу (2), получим

$$a = 0{,}1\sqrt{(-4)^2 + 4^4}\,\text{м/с}^2 = 1{,}65\ \text{м/с}^2$$

Пример 3. Артиллерийское орудие расположено на горе высотой Н. Снаряд вылетает из ствола со скоростью $\vec{\upsilon}_0$, направленной под углом α к горизонту. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определите: а) дальность полета снаряда по горизонтальному направлению; б) скорость снаряда в момент падения; в) угол падения; г) уравнение траектории и д) начальный угол стрельбы, при котором дальность полета наибольшая.

Решение. Делаем чертеж (рис. 2). Прямоугольную систему координат выбираем так, чтобы ее начало совпало с точкой бросания, а оси были направлены вдоль поверхности Земли и по нормали к ней в сторону начального смещения снаряда. Изображаем траекторию снаряда, его начальную скорость $\vec{\upsilon}_0$, угол бросания α, высоту h, горизонтальное перемещение S, скорость в момент падения $\vec{\upsilon}$ (она направлена по касательной к траектории в точке падения) и угол падения φ (углом падения тела называют угол между

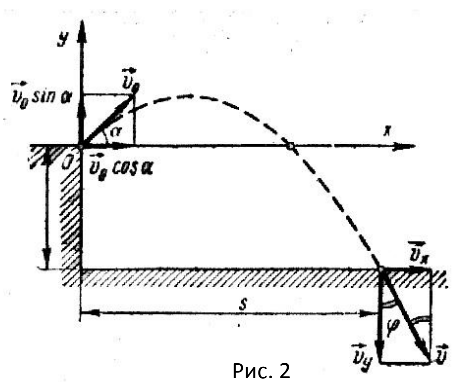


Рис. 2

касательной к траектории, проведенной в точку падения, и нормалью к поверхности Земли).

Движение тела, брошенного под углом к горизонту, можно представить как результат сложения двух прямолинейных движений: одного — вдоль поверхности Земли (оно будет равномерным, поскольку сопротивление воздуха не учитывается) и второго — перпендикулярно поверхности Земли (в данном случае это будет движение тела, брошенного вертикально вверх). Для замены сложного движения двумя простыми разложим (по правилу параллелограмма) скорости $\vec{\upsilon}_0$ и $\vec{\upsilon}$ на горизонтальные и вертикальные составляющие и найдем их проекции: $\upsilon_0 \cos\alpha$ и $\upsilon_0 \sin\alpha$ — для скорости $\vec{\upsilon}_0$ и υ_x и υ_y – для скорости $\vec{\upsilon}$.

Составляем уравнения скорости и перемещения для их проекций по каждому направлению. Так как в горизонтальном направлении снаряд летит равномерно, то его скорость и координаты в любой момент времени удовлетворяют уравнениям

$$\upsilon_x = \upsilon_0 \cos\alpha\ ; \tag{1}$$

и

$$x = \upsilon_0 \cos\alpha t\ . \tag{2}$$

Для вертикального направления:

$$\upsilon_y = \upsilon_0 \sin\alpha - gt; \tag{3}$$

$$y = \upsilon_0 \sin\alpha t - \frac{gt^2}{2}. \tag{4}$$

В момент времени t_1, когда снаряд упадет на землю, его координаты равны:

$$x = s\ ;\ y = -h. \tag{5}$$

В последнем уравнении перемещение h взято со знаком «минус», так как за время движения снаряд сместится относительно уровня отсчета О высоты в сторону, противоположную направлению, принятому за положительное.

Результирующая скорость в момент падения равна:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 - \upsilon_y^2}\ . \tag{6}$$

В составленной системе уравнений пять неизвестных; нам нужно определить S и υ.

Из уравнений (4) и (5) находим время полета снаряда:

$$t_1 = \frac{\upsilon_0 \sin\alpha + \sqrt{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha + 2gh}}{g}. \tag{7}$$

Подставляя выражение для t_1 в формулы (2) и (3) с учетом (5), соответственно получаем

$$S = \frac{\upsilon_0^2 \sin\alpha \cdot \cos\alpha + \upsilon_0 \cos\alpha \sqrt{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha + 2gh}}{g}$$

$$\upsilon_y = -\sqrt{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha + 2gh} \qquad (8)$$

После этого из (6) с учетом (1) и (8) находим:

$$\upsilon = -\sqrt{\upsilon_0^2 + 2gh}\ . \qquad (9)$$

Из полученных результатов можно сделать следующие выводы. Если $h = 0$, т. е. снаряды падают на уровне вылета, то согласно формуле (7) дальность их полета будет равна $S = \dfrac{\upsilon_0^2 \sin 2\alpha}{g}$. Если при этом учесть, что угол бросания равен 45^0 ($\sin 2\alpha = 1$), то при заданной начальной скорости υ_0 дальность полета наибольшая: $S_{\max} = \dfrac{\upsilon_0^2}{g}$.

Подставив в выражение (9) значение $h = 0$, получим, что скорость снаряда в момент его подлета к уровню, с которого был произведен выстрел, равна его начальной скорости: $\upsilon = \upsilon_0$.

При отсутствии сопротивления воздуха скорость падения тел равна их начальной скорости бросания независимо от того, под каким углом было брошено тело, лишь бы точки бросания и падения находились на одном уровне. Учитывая, что горизонтальная составляющая скорости с течением времени не изменяется, легко установить, что в момент падения скорость тела образует с горизонтом такой же угол, как и в момент бросания.

Угол падения можно найти, исходя из того, что скорость тела в любой точке траектории направлена по касательной. Из рис. 2 видно, что $tg\varphi = \dfrac{\upsilon_x}{\upsilon_y}$, откуда с учетом выражений (1) и (8) получим:

$$tg\varphi = \frac{\upsilon_0 \cos\alpha}{\sqrt{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha + 2gh}}\ .$$

Чтобы найти уравнение траектории движения точки — снаряда, нужно найти связь между ее координатами x и y в произвольный момент времени t. Если в уравнениях (2) и (4) под x и y подразумевать смещение снаряда по осям (учитывая, что эти уравнения справедливы для всего движения снаряда), а под t — время, по истечении которого снаряд из точки центра О попал в данную точку траектории, то, исключая из уравнений t. мы и получим искомую связь. Найдя из уравнения (2) время t и подставив его в уравнение (4), получим:

$$y = tg\alpha x - \frac{g}{2\upsilon_0^2 \cos^2\alpha} x^2.$$

Это уравнение вида y = –a x^2 + bx, оно представляет собой уравнение параболы, проходящей через начало координат O и обращенной выпуклостью вверх. Таким образом, тело, брошенное под углом α к горизонту, при отсутствии сопротивления воздуха летит по параболе. Нетрудно заметить, что этот вывод имеет место для любых углов бросания.

Решая уравнения (2), (4) и (5) относительно начального угла бросания α, получим:

$$tg\alpha = \frac{\upsilon_0^2}{gs}\left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{2gh}{\upsilon_0^2} - \left(\frac{gs}{\upsilon_0^2}\right)^2}\right). \qquad (10)$$

Поскольку угол бросания не может быть мнимым, то это выражение имеет физический смысл лишь при условии, что

$$1 + \frac{2gh}{\upsilon_0^2} - \left(\frac{gs}{\upsilon_0^2}\right)^2 \geq 0,$$

т.е. $s \leq \dfrac{\upsilon_0\sqrt{\upsilon_0^2 + 2gh}}{g}$ откуда следует, что максимальное перемещение снаряда по горизонтальному направлению равно:

$$S_{\max} = \frac{\upsilon_0\sqrt{\upsilon_0^2 + 2gh}}{g},$$

Подставляя выражение S= $S_{\max}$ в формулу (10), получим для угла α, при котором дальность полета наибольшая:

$$tg\alpha = \frac{\upsilon_0^2}{gs_{\max}} = \frac{\upsilon_0}{\sqrt{\upsilon_0^2 + 2gh}}.$$

Пример 4. Камень брошен на склоне горы под углом α к ее поверхности (рис. 3). Определите дальность полета камня и его наибольшую высоту подъема над склоном, если начальная скорость камня равна $\vec{\upsilon}_0$, угол наклона горы к горизонту β. Сопротивление воздуха не учитывать.

Решение: Сложное движение камня по параболе нужно представить как результат наложения двух прямолинейных движений: одного вдоль поверхности Земли, другого — по нормали ней.

Выберем прямоугольную систему координат с началом отсчета , точке бросания камня так, чтобы оси *OX* и *OУ* совпали с указанными направлениями, и найдем составляющие векторов начальной скорости $\vec{\upsilon}_0$ и ускорения свободного падения $\vec{g}$ по осям. Проекции этих составляющих на оси *OX* и *OУ* равны соответственно:

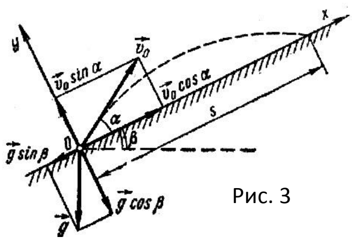


Рис. 3

$$\upsilon_0\cos\alpha; \upsilon_0\sin\alpha; -g\sin\beta; -g\cos\beta.$$

После этого сложное движение можно рассматривать как два более простых: равнозамедленное движение вдоль поверхности Земли с ускорением $g\sin\beta$ и равнопеременное движение, перпендикулярное склону горы, с ускорением $g\cos\beta$.

Составляем уравнения движения для каждого направления с учетом того, что за время t_1 всего движения перемещение камня по нормали к поверхности (по оси OY) оказалось равным нулю, а вдоль поверхности (по оси OX) — равным S:

$$0 = \upsilon_0\sin\alpha t_1 - \frac{g\cos\beta t_1^2}{2}; \qquad s = \upsilon_0\cos\alpha t_1 - \frac{g\sin\beta t_1^2}{2}.$$

По условию задачи υ_0, α и β нам заданы, поэтому в составленных уравнениях имеется две неизвестные величины: *S* и *t*.

Из первого уравнения определяем время полета камня:

$$t_1 = \frac{2\upsilon_0\sin a}{g\cos a}.$$

Подставляя это выражение во второе уравнение, находим:

$$s = \frac{2\upsilon_0^2\sin a\cdot\cos(\alpha+\beta)}{g\cos a}.$$

Если подставить сюда значение $\beta = 0$, что соответствует случаю, когда тело брошено под углом α а к горизонтальной поверхности, то получим:

$$s = \frac{\upsilon_0^2\sin 2a}{g}.$$

Как и следовало ожидать, этот результат совпадает с результатом предыдущего примера.

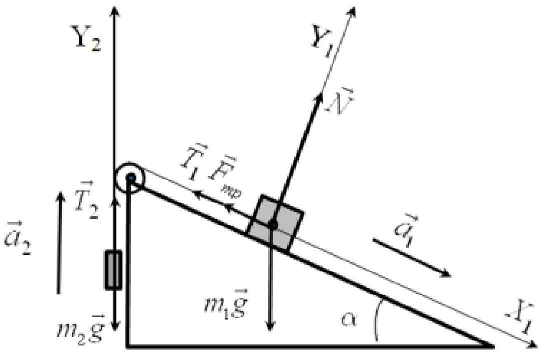


Рис. 4

Пример 5. Груз массой 5 кг, связанный нерастяжимой нитью, перекинутой через неподвижный блок, с другим грузом массой 2 кг движется вниз по наклонной плоскости. Найти натяжение нити и ускорение грузов, если коэффициент трения между первым грузом и плоскостью 0,1 , угол наклона плоскости к горизонту 36°. Массами нитей и блока, а также трением в блоке пренебречь.

Решение. Рассмотрим движение каждого груза отдельно.

На первый груз действуют: $m_1\overline{g}$ — сила тяжести, $\overline{N}$ — сила нормальной реакции наклонной плоскости, $\overline{T}_1$— сила натяжения нити, $\overline{F}_{тр}$ — сила трения (рис. 4). По условию задачи вектор ускорения $\overline{a}_1$ для первого груза направлен вниз вдоль наклонной плоскости. Запишем для первого груза уравнение второго закона Ньютона в векторной форме:

$$m_1\overline{g}+\overline{N}+\overline{T}_1+\overline{F}_{тр}=m_1\overline{a}_1 .$$

Проецируя это уравнение на выбранные направления осей X_1 и Y_1, получим:

$$m_1 g\sin\alpha - T_1 - F_{тр} = m_1 a_1 ; \quad (1)$$

$$m_1 g\cos\alpha + N = 0 . \quad (2)$$

Из уравнения (2) находим, что $N = m_1 g\cos\alpha$, поэтому сила трения

$$F_{тр} = kN = km_1 g\cos\alpha . \quad (3)$$

Подставляя выражение (3) в уравнение (1), получим

$$m_1 g\sin\alpha - T_1 - km_1 g\cos\alpha = m_1 a_1 . \quad (4)$$

На второй груз действуют: $m_2\overline{g}$ — сила тяжести, $\overline{T}_2$ — сила натяжения нити. Ускорение второго груза $\overline{a}_2$ направлено вертикально вверх (рис. 4).

Запишем уравнение второго закона Ньютона в векторной форме для второго груза:

$$m_2\overline{g}-\overline{T}_2=m_2\overline{a}_2 . \quad (5)$$

Спроецировав уравнение (5) на ось Y_2, получим

$$-m_2 g + T_2 = m_2 a_2 . \quad (6)$$

Складывая почленно уравнения (4) и (6), получим

$$m_1 g\sin\alpha - T_1 - km_1 g\cos\alpha + T_2 - m_2 g = m_1 a_1 + m_2 a_2$$

откуда, учитывая, что $T_1 = T_2 = T$ и $a_1 = a_2 = a$, получим

$$a = \frac{m_1 g(\sin\alpha - k\cos\alpha) - m_2 g}{m_1 + m_2} = \frac{m_1(\sin\alpha - k\cos\alpha) - m_2}{m_1 + m_2} g;$$

$$a = \frac{5(0{,}59 - 0{,}1\cdot 0{,}81) - 2}{5+2}\cdot 9{,}8 \approx 0{,}84(\text{м/с}^2)$$

Силу натяжения нити Т находим из уравнения (6)

$$T = m_2 g + m_2 a = m_2(g+a); T = 2(9{,}8 + 0{,}84) \approx 21{,}3\,(\text{Н}).$$

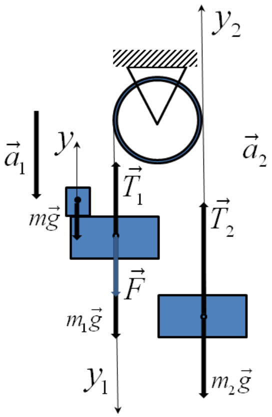


Рис. 5

Пример 6. К концам невесомой и нерастяжимой нити, перекинутой через невесомый неподвижный блок, подвешены два груза массами по 100 г каждый. На один из грузов насажен перегрузок массой 10 г. Найти силу, с которой перегрузок давит на груз, а также силу давления на ось блока.

Решение. Из условия невесомости и нерастяжимости нити следует, что сила натяжения нити на всех участках одинакова и все грузы движутся с одним и тем же ускорением:

$$T_1 = T_2 = T; a_1 = a_2 = a. \quad (1)$$

Рассмотрим силы, действующие на каждый груз отдельно. На первый груз действуют: $m_1\bar{g}$ – сила тяжести, $\bar{T}_1$– сила натяжения нити, $\bar{F}$ – сила давления перегрузка (рис.5).

Проецируя векторное уравнение второго закона Ньютона для первого тела на ось Y_1 получим

$$m_1 g + F - T_1 = m_1 a_1 . \quad (2)$$

На второй груз действуют: $m_2\bar{g}$ — сила тяжести, $\bar{T}_2$ — сила натяжения нити.

Проецируя векторное уравнение второго закона Ньютона для второго тела на ось Y_2, получим

$$T_2 - m_2 g = m_2 a_2 . \quad (3)$$

На перегрузок действуют: $m\bar{g}$ — сила тяжести, $\bar{N}$ — сила реакции опоры.

Проецируя векторное уравнение второго закона Ньютона для перегрузка на ось Y_y получим

$$mg - N = ma_1 . \qquad (4)$$

Складывая почленно уравнения (2) – (4) и учитывая, что

$$m_1 g = m_2 g = Mg, F = N ,$$

получим

$$Mg + N - T + T - Mg + mg - N = Ma + Ma + ma,$$

откуда

$$a = \frac{mg}{2M + m} . \qquad (5)$$

Найдем силу давления перегрузка F на груз, которая по третьему закону Ньютона равна силе реакции N. Из уравнения (4) с учетом выражения (5) и условия (1) получим

$$F = N = mg - ma = \frac{2mM}{2M + m} g;$$

$$F = \frac{2 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}1}{2 \cdot 0{,}1 + 0{,}01} \cdot 9{,}8 = 9{,}3 \cdot 10^{-2} (H)$$

Сила давления на ось блока равна

$$F_д = 2T . \qquad (6)$$

Из уравнения (3) находим силу натяжения нити T_1

$$T = M(a + g).$$

или с учетом выражения (5)

$$T = 2Mg \frac{m + M}{2M + m} .$$

Тогда уравнение (6) примет вид

$$F_д = 4Mg \frac{m + M}{2M + m};$$

$$F_д = 4 \cdot 0{,}1 \cdot 9{,}8 \frac{0{,}01 + 0{,}1}{2 \cdot 0{,}1 + 0{,}01} \approx 2{,}1 (\text{Н}) .$$

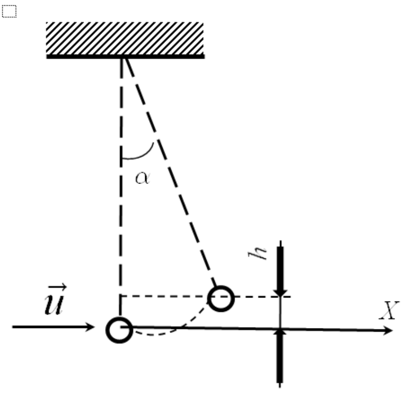


Рис. 6

Пример 7. Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на легком жестком стержне, и застревает в нем. Масса пули в 1000 раз меньше массы шара. Расстояние от точки подвеса стержня до центра шара равно 1 м. Найти скорость пули, если известно, что стержень с шаром отклонился от удара пули на угол 10°.

Решение. Запишем закон сохранения импульса для неупругого удара в скалярной форме относительно оси X (рис. 6):

$$m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = (m_1 + m_2)u\ ,$$

откуда

$$\upsilon_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1}u \qquad (1)$$

Здесь m_1 и m_2 — массы пули и шара соответственно;

υ_1 и υ_2 — скорости пули и шара до столкновения;

u — скорость шара и пули после их столкновения.

В выражении (1) кроме υ_1 неизвестна еще скорость u, которую можно найти по закону сохранения энергии. Пусть в результате столкновения с пулей центр массы шара поднялся на высоту h, тогда закон сохранения энергии дает

$$\frac{(m_1 + m_2)u^2}{2} = (m_1 + m_2)gh,$$

откуда

$$u^2 = 2gh. \qquad (2)$$

Из рисунка имеем $h = l - l\cos\alpha = l(1 - \cos\alpha)$. Подставляя выражение для h в уравнение (2), получим

$$u^2 = 2gl(1 - \cos\alpha),$$

откуда

$$u = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha)}\ .$$

Тогда уравнение (1) можно привести к виду

$$\upsilon_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1}\sqrt{2gl(1 - \cos\alpha)}$$

Используя тригонометрическое уравнение

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}(1 - \cos\alpha)}$$

преобразуем последнее выражение. Тогда

$$\upsilon_1 = 2\frac{m_1 + m_2}{m_1}\sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{gl};$$

$$\upsilon_1 = 2\frac{m_1 + 1000m_1}{m_1}0{,}09\cdot\sqrt{9{,}8\cdot 1} \approx 570(\text{м/с})$$

Пример 8. Человек, находящийся в вагонетке, толкает другую вагонетку. Обе вагонетки приходят в движение и через некоторое время останавливаются вследствие трения. Определить отношение перемещений, пройденных вагонетками до остановки, если масса первой вагонетки вместе с человеком в 3 раза больше массы второй вагонетки.

Решение. Запишем для вагонеток и человека уравнение закона сохранения импульса для упругого взаимодействия в скалярной форме относительно оси *X*, направление которой совпадает с направлением движения первой вагонетки:

$$0 = m_1 u_1 - m_2 u_2 \,, \tag{1}$$

где m_1 — масса первой вагонетки вместе с человеком; m_2 — масса второй вагонетки; u_1 и u_2 — скорости первой и второй вагонеток сразу после толчка (взаимодействия).

Из уравнения (1) следует, что

$$m_1 u_1 = m_2 u_2. \tag{2}$$

Преобразуем уравнение (2), используя условие задачи:

$$3m_2 u_1 = m_2 u_2 \,,$$

откуда

$$u_1 = \frac{u_2}{3}$$

Изменение кинетической энергии каждой вагонетки должно быть равно работе внешних сил (силы трения):

$$\Delta W = A.$$

Учитывая, что

$$\Delta W = 0 - mu^2/2$$

и

$$A = -F_{тр} S = -kmgs,$$

получим

$$-\frac{mu^2}{2} = -kmgs$$

или

$$\frac{u^2}{2} = kgs.$$

Тогда для первой вагонетки соотношение (4) можно записать в виде

$$\frac{u_1^2}{2} = kgs_1 \,;$$

для второй вагонетки – в виде

$$\frac{u_2^2}{2} = kgs_2 \,.$$

Разделив почленно последние два уравнения, получим

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{u_1^2}{u_2^2}$$

или, учитывая соотношение (3),

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{u_2^2}{9 \cdot u_2^2} = \frac{1}{9}.$$

Пример 9. При выстреле из пружинного пистолета вертикально вверх пуля массой m = 20 г поднялась на высоту h = 5 м. Определить жесткость k пружины пистолета, если она была сжата на s = 10 см. Массой пружины пренебречь.

Решение. Для решения задачи воспользуемся законом сохранения энергии в механике. Но прежде проследим за энергетическими превращениями, с которыми связан выстрел.

При зарядке пистолета сжимается пружина. При этом совершается работа A_1 в результате чего пружина приобретает потенциальную энергию Π_1. При выстреле потенциальная энергия пружины переходит в кинетическую энергию T_2 пули, а затем при подъеме ее на высоту h превращается в потенциальную энергию Π_2 пули. Если пренебречь потерями энергии в этой «цепочке» энергетических превращений, то на основании закона сохранения энергии можно записать

$$A_1 = \Pi_2. \tag{1}$$

Выразим работу A_1. Сила F_1, сжимающая пружину, является переменной: в каждый момент она по направлению противоположна силе упругости F и численно равна ей. Сила упругости, возникающая в пружине при ее деформации, определяется по закону Гука:

$$F = -kx,$$

где x — абсолютная деформация пружины.

Работу переменной силы вычислим как сумму элементарных работ. Элементарная работа при сжатии пружины на dx выразится формулой

$$dA_1 = F_1 dx$$

или

$$dA_1 = kxdx \cdot$$

Интегрируя в пределах от 0 до s, получим

$$A_1 = k\int_0^s xdx = \left|\frac{1}{2}kx^2 - \right|_0^s = \frac{1}{2}ks^2. \tag{2}$$

Потенциальная энергия пули на высоте h определится по формуле

$$\Pi_2 = mgh, \tag{3}$$

где g — ускорение свободного падения.

Подставив в (1) значение A_1 из (2) и $П_2$ из (3), найдем

$$\frac{1}{2}ks^2 = mgh,$$

откуда

$$k = \frac{2mgh}{s^2} \tag{4}$$

После подстановки в формулу (4) числовых значений получим:

$$k = \frac{2 \cdot 0{,}02 \cdot 9{,}81 \cdot 5}{(0{,}1)^2}\, Н/м = 196 Н/м.$$

Пример 10. Шар массой m_1, движущийся горизонтально с некоторой скоростью υ_1, столкнулся с неподвижным шаром массой m_2. Шары абсолютно упругие, удар прямой, центральный. Какую долю e своей кинетической энергии первый шар передал второму?

Решение. Доля e энергии, переданной первым шаром второму, выразится соотношением

$$\varepsilon = \frac{T_2}{T_1} = \frac{m_2 u_2^2}{m_1 \upsilon_1^2} = \frac{m_2}{m_1}\left(\frac{u_2}{\upsilon_1}\right)^2 , \tag{1}$$

где T_1 — кинетическая энергия первого шара до удара; u_2 и T_2 — скорость и кинетическая энергия второго шара после удара.

Как видно из формулы (1) для определения ε надо найти u_2. При ударе абсолютно упругих тел одновременно выполняются два закона сохранения: 1) закон сохранения импульса и 2) закон сохранения механической энергии. Пользуясь этими законами, найдем u_2.По закону сохранения импульса, учитывая, что второй шар до удара покоился, получим

$$m_1\upsilon_1 = m_1 u_1 + m_2 u_2 . \tag{2}$$

По закону сохранения механической энергии

$$\frac{m_1\upsilon_1^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2} . \tag{3}$$

Подставив это выражение u_2 в формулу (1) и сократив на υ_1 и m_1, получим

$$\varepsilon = \frac{m_2}{m_1}\left[\frac{2m_1\upsilon_1}{\upsilon_1(m_1 + m_2)}\right]^2 = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} ,$$

Из полученного соотношения видно, что доля переданной энергии зависит только от масс сталкивающихся шаров. Доля передаваемой энергии не изменится, если шары поменяются местами.

Пример 11. Через блок в виде сплошного диска, имеющего массу m = 80 г (рис. 7), перекинута тонкая, гибкая нить, к концам которой подвешены грузы с массами m_1 =100 г и m_2 = 200 г. С каким ускорением будут двигаться грузы, если их предоставить самим себе? Трением и массой нити пренебречь.

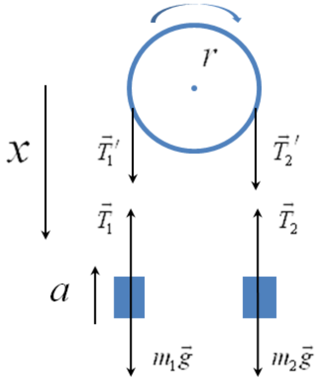


Рис. 7

Решение. Воспользуемся основными уравнениями динамики поступательного и вращательного движений. Для этого рассмотрим силы, действующие на каждый груз в отдельности и на блок. На первый груз действует две силы: 1) сила тяжести $\vec{m}_1\vec{g}$, 2) сила упругости (сила натяжения нити) T_1. Спроектируем эти силы на ось x, которую направим вертикально вниз, и напишем уравнение движения (второй закон Ньютона) в координатной форме:

$$m_1 g - T_1 = -m_1 a\,. \quad (1)$$

Уравнение движения для второго груза запишется аналогично:

$$m_2 g - T_2 = m_2 a\,. \quad (2)$$

Под действием двух моментов сил $T_1'r$ и $T_2'r$ относительно оси, перпендикулярной плоскости чертежа, блок приобретает угловое ускорение $\varepsilon\left(\varepsilon = \dfrac{a}{r}\right)$. Согласно основному уравнению динамики вращательного движения

$$T_2'r - T_1'r = J_z\varepsilon\,, \quad (3)$$

где $J_z = \dfrac{1}{2}mr^2$ – момент инерции блока (сплошного диска) относительно оси z.

Сила T_1' согласно третьему закону Ньютона по абсолютной величине равна силе T_1. Соответственно сила T_2' по абсолютной величине равна силе T_2. Воспользовавшись этим, подставим в уравнение (3) вместо T_1' и T_2' выражения для T_1 и T_2, получив их предварительно из уравнений (1) и (2):

$$(m_2 g - m_2 a)r - (m_1 g + m_1 a)r = \frac{1}{2}mr^2\frac{a}{r}\,.$$

После сокращения на r и перегруппировки членов найдем интересующее нас ускорение:

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1 + \frac{m}{2}} g . \qquad (4)$$

Отношение масс в правой части формулы (4) есть величина безразмерная. Поэтому числовые значения масс m_1, m_2 и m можно выразить в граммах, как они даны в условии задачи. Числовое значение ускорения g надо взять в единицах СИ. После подстановки получим

$$a = \frac{(200 - 100)\text{г}}{(200 + 100 + \frac{80}{2})\text{г}} \cdot 9{,}81 \text{м/с}^2 = 2{,}88 \text{м/с}^2$$

Пример 12. Маховик в виде сплошного диска радиусом R = 0,2 м и массой m = 50 кг раскручен до частоты вращения n = 480 об/мин и предоставлен самому себе. Под действием сил трения маховик остановился через t = 50 с. Найти момент M сил трения.

Решение. Для решения задачи воспользуемся основным уравнением динамики вращательного движения в виде

$$dL_z = M_z dt , \qquad (1)$$

где dL_z — изменение момента импульса маховика, вращающегося относительно оси z, совпадающей с геометрической осью маховика, за интервал времени dt; M_z – момент внешних сил (в нашем случае момент сил трения), действующих на маховик относительно той же оси.

Момент сил трения можно считать не изменяющимся с течением времени (M_z =const), поэтому интегрирование уравнения (1) приводит к выражению

$$\Delta L_z = M_z \Delta t . \qquad (2)$$

При вращении твердого тела относительно неподвижной оси изменение момента импульса

$$\Delta L_z = J_z \Delta\omega , \qquad (3)$$

где J_z — момент инерции маховика относительно оси z; $\Delta\omega$ — изменение угловой скорости маховика.

Приравняв правые части равенств (2) и (3), получим

$$M_z \Delta t = J_z \Delta\omega ,$$

откуда

$$M_z = \frac{J_z \Delta\omega}{\Delta t} . \qquad (4)$$

Момент инерции маховика в виде сплошного диска определяется по формуле

$$J_z = \frac{1}{2} m R^2 .$$

Изменение угловой скорости $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ выразим через конечную n_2 и начальную n_1 частоты вращения, пользуясь соотношением $\omega = 2\pi n$:

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = 2\pi n_2 - 2\pi n_1 = 2\pi(n_2 - n_1) .$$

Подставив в формулу (4) найденные выражения J_z и $\Delta\omega$, получим:

$$M_z = \frac{\pi m R^2 (n_2 - n_1)}{\Delta t} . \qquad (5)$$

Подставим величины, входящие в формулу (5), в СИ и произведем вычисления:

$$M_z = \frac{3{,}14 \cdot 50 \cdot (0{,}2)^2 (0-8)}{50}\,\text{Н}\cdot\text{м} = -1\,\text{Н}\cdot\text{м}$$

Знак минус показывает, что силы трения оказывают на маховик тормозящее действие.

Пример 13. Платформа в виде сплошного диска радиусом R = 1,5 м и массой m_1 = 180 кг вращается по инерции около вертикальной оси с частотой n = 10 об/мин. В центре платформы стоит человек массой m_2 =60 кг. Какую линейную скорость относительно пола помещения будет иметь человек, если он перейдет на край платформы?

Решение. Платформа вращается по инерции. Следовательно, момент внешних сил относительно оси вращения z, совпадающей с геометрической осью платформы, равен нулю. При этом условии момент импульса L_z системы платформа — человек остается постоянным:

$$L_z = J_z\omega = \text{const} \qquad (1)$$

где J_z — момент инерции платформы с человеком относительно оси z; ω — угловая скорость платформы.

Момент инерции системы равен сумме моментов инерции тел, входящих в состав системы, поэтому $J_z = J_1 + J_2$, где J_1 — момент инерции платформы; J_2 — момент инерции человека.

С учетом этого равенство (1) примет вид

$$(J_1 + J_2)\omega = \text{const},$$

или

$$(J_1 + J_2)\omega = (J_1' + J_2')\omega' , \qquad (2)$$

где нештрихованные значения величин относятся к начальному состоянию системы, штрихованные — к конечному состоянию.

Момент инерции платформы (сплошного диска) относительно оси z при переходе человека не изменяется:

$$J_1 = J_1' = \frac{1}{2} m_1 R^2 .$$

Момент инерции человека относительно той же оси будет изменяться. Если рассматривать человека как материальную точку, то его момент инерции J_2 в начальном положении (в центре платформы) можно считать равным нулю. В конечном положении (на краю платформы) момент инерции человека

$$J_2' = m_2 R^2 .$$

Подставим в формулу (2) найденные выражения моментов инерции, а также выразим начальную угловую скорость ω вращения платформы с человеком через частоту вращения n ($\omega = 2\pi n$) и конечную угловую скорость ω' через линейную скорость v человека относительно пола $\left(\omega' = \dfrac{\upsilon}{R}\right)$

$$\left(\frac{1}{2} m_1 R^2 + 0\right) 2\pi n = \left(\frac{1}{2} m_1 R^2 + m_2 R^2\right) \frac{\upsilon}{R} .$$

После сокращения на R^2 и простых преобразований находим интересующую нас скорость:

$$\upsilon = 2\pi n R \frac{m_1}{m_1 + 2m_2} .$$

Подставим числовые значения физических величин в СИ и произведем вычисления:

$$\upsilon = 2 \cdot 3{,}14 \cdot \frac{1}{6} \cdot 1{,}5 \cdot \frac{180}{180 + 2 \cdot 60} \text{ м/с} = 1 \text{ м/с}$$

Пример 14. Ракета установлена на поверхности Земли для запуска в вертикальном направлении. При какой минимальной скорости υ_1, сообщенной ракете при запуске, она удалится от поверхности на расстояние, равное радиусу Земли (R = 6,37·10^6 м)? Всеми силами, кроме силы гравитационного взаимодействия ракеты и Земли, пренебречь.

Решение. Минимальную скорость υ_1 ракеты можно определить, зная ее минимальную кинетическую энергию T_1. Для определения T_1 воспользуемся законом сохранения механической энергии. Этот закон выполняется для замкнутой системы тел, в которой действуют только консервативные силы.

Систему ракета — Земля можно считать замкнутой, так как единственная сила, действующая на систему, — гравитационная, относится к разряду консервативных.

В качестве системы отсчета выберем инерциальную систему отсчета, так как только в таковой системе справедливы законы динамики и в частности законы сохранения. Известно, что система отсчета, связанная с центром масс замкнутой системы тел, является инерциальной. В рассматриваемом случае центр масс системы ракета — Земля будет практически совпадать с центром Земли, так как масса Земли M много больше массы ракеты m. Следовательно, систему отсчета, связанную с центром Земли, можно считать практически инерциальной. Согласно закону сохранения механической энергии можно написать

$$T_1 + \Pi_1 = T_2 + \Pi_2,$$

где T_1 и Π_1 — кинетическая и потенциальная энергии системы ракета—Земля в начальном состоянии (на поверхности Земли); T_2 и Π_2 — те же величины в конечном состоянии (на расстоянии, равном радиусу Земли).

В выбранной системе отсчета кинетическая энергия Земли равна 0. Поэтому T_1 есть просто начальная кинетическая энергия ракеты:

$$T_1 = \frac{1}{2} m\upsilon_1^2.$$

Потенциальная энергия системы в начальном состоянии

$$\Pi_1 = -\gamma \frac{mM}{R}.$$

По мере удаления ракеты от поверхности Земли ее потенциальная энергия будет возрастать, а кинетическая — убывать. В конечном состоянии кинетическая энергия T_2 станет равной 0, а потенциальная энергия Π_2 достигнет максимального значения:

$$\Pi_2 = -\gamma \frac{mM}{2R}.$$

Подставляя значения T_1, Π_1, T_2 и Π_2 в выражение (1), получим

$$\frac{1}{2} m\upsilon_1^2 - \gamma \frac{mM}{2R} = -\gamma \frac{mM}{2R},$$

откуда после сокращения на m найдем:

$$\upsilon_1 = \sqrt{\gamma \frac{m}{R}}.$$

Заметив, что $\gamma \frac{M}{R^2} = g$ (g — ускорение свободного падения у поверхности Земли), перепишем эту формулу в следующем виде:

$$\upsilon_1 = \sqrt{gR},$$

что совпадает с выражением для первой космической скорости. Подставим числовые значения и произведем вычисления:

$$\upsilon_1 = \sqrt{9{,}8 \cdot 6{,}37 \cdot 10^6} \text{ м/с} = 7{,}9 \cdot 10^3 \text{ м/с}$$

Пример 15. Точка совершает гармонические колебания с частотой $\nu = 10$ Гц. В момент, принятый за начальный, точка имела максимальное смещение $x_{max} = 1$ мм. Написать уравнение колебаний точки и начертить их график.

Решение. Уравнение колебаний точки можно записать в виде

$$x = A\sin(\omega t + \varphi_1) \tag{1}$$

или

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_2), \tag{2}$$

где A — амплитуда колебаний; ω — циклическая частота; t — время; φ_1 и φ_2 — начальные фазы, соответствующие форме записи (1) или (2).

По определению амплитуда колебаний

$$A = x_{\max}. \tag{3}$$

Циклическая частота ω связана с частотой ν соотношением

$$\omega = 2\pi\nu. \tag{4}$$

Начальная фаза колебаний зависит от формы записи. Если использовать форму (1), то начальную фазу можно определить из условия: в момент времени $t = 0$

$$x_{\max} = A\sin\varphi_1,$$

откуда

$$\varphi_1 = \arcsin\frac{x_{\max}}{A} = \arcsin 1$$

или

$$\varphi_1 = (2k+1)\frac{\pi}{2} \, (k = 0, 1, 2, \ldots) \tag{5}$$

Изменение фазы на 2π не изменяет состояние колебательного движения, поэтому можно принять

$$\varphi_1 = \frac{\pi}{2}.$$

В случае второй формы записи получаем:

$$\varphi_2 = \arccos\frac{x_{\max}}{A} = \arccos 1$$

или

$$\varphi_2 = 2\pi k \, (k = 0, 1, 2, \ldots)$$

По тем же соображениям, что и в первом случае, находим

$$\varphi_2 = 0.$$

С учетом равенств (3) – (6) уравнение колебаний примет вид:

$$x = x_{\max}\sin(2\pi\nu t + \frac{\pi}{2});$$

и

$$x = x_{\max}\cos 2\pi\nu t,$$

где $x_{\max}$ = 1 мм = 10^{-3} м; ν = 10 Гц.

2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

2.1. Основные формулы

Уравнение состояния идеальных газов (уравнение Клапейрона-Менделеева)

$$pV = \frac{m}{M}RT\text{, или } pV = \nu RT,$$

где m – масса газа; M – его молярная масса; R – молярная газовая постоянная; T – термодинамическая температура; ν – количество вещества.

Закон Дальтона

$$p = p_1 + p_2 + ... + p_k,$$

где p – давление смеси газов; p_i – парциальное давление i-го компонента смеси; k – число компонентов смеси.

Концентрация частиц (молекул, атомов и т.п.) однородной системы

$$n = N/V,$$

где V – объем системы.

Основное уравнение кинетической теории газов

$$p = {}^2\!/_3\, n\langle\varepsilon_\Pi\rangle,$$

где p – давление газа; $\langle\varepsilon_\Pi\rangle$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы.

Средняя кинетическая энергия:

приходящаяся на одну степень свободы молекулы

$$\langle\varepsilon_1\rangle = {}^1\!/_2\, kT;$$

приходящаяся на все степени свободы молекулы (полная энергия молекулы)

$$\varepsilon = \frac{i}{2}kT;$$

поступательного движения молекулы

$$\varepsilon = {}^3\!/_2\, kT,$$

где k – постоянная Больцмана; T - термодинамическая температура; i – число степеней свободы молекулы;

вращательного движения молекулы

$$\varepsilon = \frac{i-3}{2}kT.$$

Зависимость давления газа от концентрации молекул и температуры

$$p = nkT.$$

Скорость молекул:

средняя квадратичная

$$\langle v_{кв}\rangle = \sqrt{3kT/m_1}\text{, или } \langle v_{кв}\rangle = \sqrt{3RT/M}\ ;$$

средняя арифметическая

$$\langle v\rangle = \sqrt{8kT/(\pi m_1)}\text{, или } \langle v\rangle = \sqrt{8RT/(\pi M)}\ ;$$

наиболее вероятная

$$\langle v_{в}\rangle = \sqrt{2kT/m_1}\text{, или } \langle v_{в}\rangle = \sqrt{2RT/M}\ ,$$

где m_1 – масса одной молекулы.

Среднее число соударений, испытываемых одной молекулой газа в единицу времени,

$$\langle z_1\rangle = \sqrt{2}\pi d^2 n\langle v\rangle\ ,$$

где d – эффективный диаметр молекулы; n – концентрация молекул; $\langle v\rangle$ – средняя арифметическая скорость молекул.

Средняя длина свободного пробега молекул газа

$$\langle l\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}\ .$$

Импульс (количество движения), переносимый молекулами из одного слоя газа в другой через элемент поверхности

$$dp = \eta\frac{dv}{dz}\Delta S dt,$$

где η – динамическая вязкость газа; $\dfrac{dv}{dz}$ – градиент (поперечный) скорости течения его слоев; ΔS – площадь элемента поверхности; dt – время переноса.

Динамическая вязкость

$$\eta = \tfrac{1}{3}\rho\langle v\rangle\langle l\rangle\ ,$$

где ρ – плотность газа (жидкости); $\langle v\rangle$ – средняя скорость хаотического движения его молекул; $\langle l\rangle$ – их средняя длина свободного пробега.

Закон Ньютона

$$F = \frac{dp}{dt} = \eta\frac{dv}{dz}\Delta S\ ,$$

где F – сила внутреннего трения между движущимися слоями газа.

Закон Фурье

$$\Delta Q = -\lambda\frac{dT}{dx}S\Delta t\ ,$$

где ΔQ – теплота, прошедшая посредством теплопроводности через сечение площадью S за время Δt; λ – теплопроводность; $\dfrac{dT}{dx}$ – градиент температуры.

Теплопроводность (коэффициент теплопроводности) газа

$$\lambda = \tfrac{1}{3} c_V \rho \langle v \rangle \langle l \rangle \text{, или } \lambda = \tfrac{1}{6} k n \langle v \rangle \langle l \rangle,$$

где c_V – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме; ρ – плотность газа; $\langle v \rangle$ – средняя арифметическая скорость его молекулы; $\langle l \rangle$ – средняя длина свободного пробега молекул.

Закон Фика

$$\Delta m = -D \frac{dn}{dx} m_1 S \Delta t ,$$

где Δm – масса газа, перенесенная в результате диффузии на поверхность площадью S за время Δt; D – диффузия (коэффициент диффузии); $\frac{dn}{dx}$ – градиент концентрации молекул; m_1 – масса одной молекулы.

Диффузия (коэффициент диффузии)

$$D = \tfrac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle .$$

Связь между молярной C_m и удельной c теплоемкостями газа

$$C_m = cM ,$$

где M – молярная масса газа.

Молярные теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении соответственно равны

$$C_V = iR/2 ; \; C_p = (i + 2)R/2 ,$$

где i – число степеней свободы; R – молярная газовая постоянная.

Удельные теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении соответственно равны

$$c_V = \frac{i}{2} \frac{R}{M} , \; c_p = \frac{i+2}{2} \frac{R}{M} .$$

Уравнение Майера

$$C_p - C_V = R .$$

Показатель адиабаты

$$\gamma = \frac{c_p}{c_V} \text{, или } \gamma = \frac{C_p}{C_V} \text{, или } \gamma = \frac{i+2}{2} .$$

Внутренняя энергия идеального газа

$$U = N\langle\varepsilon\rangle \text{, или } U = \nu C_V T,$$

где $\langle\varepsilon\rangle$ – средняя кинетическая энергия молекулы; N – число молекул газа; ν – количество вещества.

Работа, связанная с изменением объема газа, в общем случае вычисляется по формуле

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV,$$

где V_1 – начальный объем газа; V_2 – его конечный объем.

Работа газа:

а) при изобарном процессе $(p = \text{const})$

$$A = p(V_2 - V_1);$$

б) при изотермическом процессе $(T = \text{const})$

$$A = \frac{m}{M} RT \ln\frac{V_2}{V_1};$$

в) при адиабатном процессе

$$A = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2) \text{, или } A = \frac{RT_1}{\gamma - 1}\frac{m}{M}\left[1 - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}\right],$$

где T_1 – начальная температура газа; T_2 – его конечная температура.

Уравнение Пуассона (уравнение газового состояния при адиабатном процессе)

$$PV^{\gamma} = \text{const}.$$

Связь между начальным и конечным значениями параметров состояний газа при адиабатном процессе:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}.$$

Первое начало термодинамики в общем случае записывается в виде

$$Q = \Delta U + A,$$

где Q – количество теплоты, сообщенное газу; ΔU – изменение его внутренней энергии; A – работа, совершаемая газом против внешних сил.

Первое начало термодинамики

а) при изобарном процессе

$$Q = \Delta U + A = \frac{m}{M} C_V \Delta T + \frac{m}{M} R\Delta T = \frac{m}{M} C_p T ;$$

б) при изохорном процессе

$$Q = \Delta U = \frac{m}{M} C_V \Delta T ;$$

в) при изотермическом процессе

$$Q = A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} ;$$

г) при адиабатном процессе

$$A = -\Delta U = -\frac{m}{M} C_V \Delta T .$$

Термический коэффициент полезного действия (КПД) цикла в общем случае

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} ,$$

где Q_1 – количество теплоты, полученное рабочим телом (газом) от нагревателя; Q_2 – количество теплоты, переданное рабочим телом охладителю.

КПД цикла Карно

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} , \text{ или } \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} ,$$

где T_1 – температура нагревателя; T_2 – температура охладителя.

Изменение энтропии

$$\Delta S = \int_A^B \frac{dQ}{T} ,$$

где A и B – пределы интегрирования, соответствующие начальному и конечному состояниям системы. Так как процесс равновесный, то интегрирование проводится по любому пути.

Формула Больцмана

$$S = k \ln W ,$$

где S – энтропия системы; W – термодинамическая вероятность ее состояния; k – постоянная Больцмана.

2.2. Примеры решения задач

Пример 1. Определить число N молекул, содержащихся в объеме $V = 1 \text{мм}^3$ воды, и массу m_1 молекулы воды. Считая условно, что молекулы воды имеют вид шариков, соприкасающихся друг с другом, найти диаметр d молекул.

Решение. Число N молекул, содержащихся в теле некоторой массы m, равно произведению числа Авогадро N_A на число v киломолей вещества:

$$N = vN_A,$$

так как число киломолей $\nu = \frac{m}{\mu}$,

где μ – масса одного киломоля, то

$$N = \frac{m}{\mu} N_A. \quad (1)$$

Выразив в этой формуле массу как произведение плотности на объем V, получим

$$N = \frac{pV}{\mu} N_A.$$

Подставим в формулу (1) следующие числовые величины: $\rho = 10^3$ кг/м^3; $V = 1 \text{мм}^3 = 10^{-9} \text{м}^3$; $\mu = 18 \text{кг/кмоль}$; $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{26} \text{кмоль}^{-1}$ и произведем вычисления

$$N = \frac{10^3 \cdot 10^{-9}}{18} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{26} \text{молекул} = 3{,}34 \cdot 10^{19} \text{молекул}$$

Массу m_1 одной молекулы можно найти делением массы одного киломоля на число Авогадро:

$$m_1 = \frac{\mu}{N_A}.$$

Подставив сюда числовые значения μ и N_A, найдем массу молекулы воды:

$$m_1 = \frac{18}{6{,}02 \cdot 10^{26}} \text{кг} = 2{,}99 \cdot 10^{-26} \text{кг}.$$

Если молекулы воды плотно прилегают друг к другу, то можно считать, что на каждую молекулу приходится объем (кубическая ячейка) $V_1 = d^3$, где d — диаметр молекулы. Отсюда

$$d = \sqrt[3]{V_1}. \quad (2)$$

Объем V_1 найдем, разделив объем V_0 одного киломоля вещества на число молекул в киломоле, т. е. на число Авогадро N_A:

$$V_1 = \frac{V_0}{N_A}$$

Подставим полученное выражение V_1 в формулу (2):

$$d = \sqrt[3]{\frac{V_0}{N_A}}\ .$$

Входящий в эту формулу объем одного киломоля определяется выражением $V_0 = \frac{\mu}{\rho}$. Тогда искомый диаметр молекулы

$$d = \sqrt[3]{\frac{\mu}{\rho N_A}}$$

Подставим числовые значения физических величин в формулу (3) и произведем вычисления:

$$d = \sqrt[3]{\frac{18}{10^3 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{26}}}\text{м} = 3{,}11 \cdot 10^{-10}\text{м} = 311\text{пм}$$

Пример 2. В баллоне объемом V = 10 л находится гелий под давлением p_1 = l МПа и при температуре T_1 = 300 К. После того как из баллона было взято m = 10 г гелия, температура в баллоне понизилась до T_2=290 К. Определить давление p_2 гелия, оставшегося в баллоне.

Решение. Для решения задачи воспользуемся уравнением Менделеева — Клапейрона, применив его к конечному состоянию газа

$$P_2 V = \frac{m_2}{\mu} R T_2\ , \tag{1}$$

где m_2 — масса гелия в баллоне в конечном состоянии; μ — масса одного киломоля гелия; R — универсальная газовая постоянная.

Из уравнения (1) выразим искомое давление p_2

$$p_2 = \frac{m_2}{\mu} \frac{R T_2}{V}\ . \tag{2}$$

Массу гелия m_2 выразим через массу m_1 соответствующую начальному состоянию, и массу m гелия, взятого из баллона:

$$m_2 = m_1 — m. \tag{3}$$

Массу гелия m_1 найдем также из уравнения Менделеева — Клапейрона, применив его к начальному состоянию:

$$m_1 = \frac{\mu p_1 V}{RT_1}. \qquad (4)$$

Подставляя в выражение (3) массу m_1 по формуле (4), а затем полученное выражение m_2 в формулу (2),найдем

$$p_2 = \left(\frac{\mu p_1 V}{RT_1} - m\right)\frac{RT_2}{\mu V}$$

или после преобразования и сокращения

$$p_2 = \frac{T_2}{T_1} p_1 - \frac{m}{\mu}\frac{RT_2}{V}. \qquad (5)$$

Произведем вычисления;

$p_1 = 1\,\text{МПа} = 10^6\,\text{Па};\ m = 10\,\text{г} = 10^{-2}\,\text{кг};\ \mu = 4\,\text{кг/кмоль};$

$R = 8{,}31\cdot 10^3\,\text{Дж/(кмоль}\cdot\text{К)};\ T_1 = 300\text{К};\ T_2 = 290\text{К};$

$V = 10\,л = 10^{-2}\,\text{м}^3$

$$p_2 = \left(\frac{290}{300}\cdot 10^6 - \frac{10^{-2}}{4}\cdot\frac{8{,}31\cdot 10^3}{10^{-2}}\cdot 290\right)\text{Па} = 3{,}64\cdot 10^5\,\text{Па} = 0{,}364\text{МПа}$$

Пример 3. Баллон содержит m_1 = 80 г кислорода и m_2 = 320 г аргона. Давление смеси p = 1 МПа, температура T = 300 К. Принимая данные газы за идеальные, определить емкость V баллона.

Решение. По закону Дальтона давление смеси равно сумме парциальных давлений газов, входящих в состав смеси. Парциальным давлением газа называется давление, которое производил бы этот газ, если бы только он один находился в сосуде, занятом смесью.

По уравнению Менделеева — Клапейрона, парциальные давления кислорода p_1 и аргона p_2 выражаются формулами:

$$p_1 = \frac{m_1}{\mu_1}\frac{RT}{V} \text{ и } p_2 = \frac{m_2}{\mu_2}\frac{RT}{V}$$

Следовательно, по закону Дальтона, давление смеси газов

$$p = p_1 + p_2, \quad \text{или} \quad p = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right)\frac{RT}{V},$$

откуда емкость баллона

$$V = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right)\frac{RT}{p}.$$

Выразим в единицах СИ числовые значения величин, входящих в эту формулу: m_1 = 80 г= 0,08 кг; μ_1 = 32 кг/кмоль; m_2 = 320 г = 0,32 кг; μ_2 = 40 кг/кмоль; p = 1 МПа = 10^6 Па; $R = 8{,}31 \cdot 10^3$ Дж/(кмоль$\cdot$К).

Подставим числовые значения в формулу (1) и произведем вычисления:

$$V = \left(\frac{0{,}08}{32} + \frac{0{,}32}{40}\right) \cdot \left(\frac{8{,}31 \cdot 10^3 \cdot 300}{10^6}\right) \text{м}^3 = 0{,}0262 \text{м}^3 = 26{,}2 \text{ л}$$

Пример 4. Найти среднюю кинетическую энергию $<\omega_{\text{вращ}}>$ вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре $T = 350\text{К}$, а также кинетическую энергию W вращательного движения всех молекул, содержащихся в m = 4 г кислорода.

Решение. Известно, что на каждую степень свободы молекулы газа приходится одинаковая средняя энергия, выражаемая формулой

$$<\omega_{\text{вращ}}> \frac{3}{2} kT \text{ ,}$$

где k — постоянная Больцмана; T — абсолютная температура газа.

Так как вращательному движению двухатомной молекулы (молекула кислорода — двухатомная) приписываются две степени свободы, то средняя энергия вращательного движения молекулы кислорода выразится формулой

$$<\omega_{\text{вращ}}> = 2 \cdot \frac{1}{2} kT \qquad (1)$$

Подставив в формулу (1) значения k = 1,38 10^{-23} Дж/К и T= 350 К, получим

$<\omega_{\text{вращ}}> = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 350 \text{Дж} = 4{,}83 \cdot 10^{-21}$ Дж

Кинетическая энергия вращательного движения всех N молекул газа определяется равенством

$$W = <\omega_{\text{вращ}}> N. \qquad (2)$$

Число всех молекул газа можно вычислить по формуле

$$N = N_A \nu, \qquad (3)$$

где N_A — число Авогадро; ν — число киломолей газа.

Если учесть, что число киломолей

$$\nu = \frac{m}{\mu},$$

где m — масса газа; μ — масса одного киломоля газа, то формула (3) примет вид

$$N = N_A \frac{m}{\mu}.$$

Подставив это выражение для N в формулу (2), получим

$$W = N_A \frac{m}{\mu} < \omega_{\text{вращ}} > . \quad (4)$$

Выразим величины, входящие в эту формулу, в единицах СИ: $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{26}$ кмоль$^{-1}$; $m = 4$ г $= 4 \cdot 10^{-3}$ кг; $\mu = 32$ кг/моль;
$< \omega_{\text{вращ}} >= 4{,}83 \cdot 10^{-21}$ Дж.

Подставив эти значения в формулу (4), найдем

$$W = 6{,}02 \cdot 10^{26} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-3}}{32} \cdot 4{,}83 \cdot 10^{-21} \text{Дж} = 364 \text{Дж}$$

Пример 5. Вычислить удельные теплоемкости при постоянном объеме *cv* и при постоянном давлении c_p неона и водорода, принимая эти газы за идеальные.

Решение. Удельные теплоемкости идеальных газов выражаются следующими формулами:

$$C_V = \frac{i}{2} \cdot \frac{R}{\mu}; \quad (1)$$

$$C_P = \frac{i+2}{2} \cdot \frac{R}{\mu}, \quad (2)$$

где *i* — число степеней свободы молекулы газа; μ — масса одного киломоля.

Для неона (одноатомный газ) *I* = 3 и $\mu = 20$ кг/кмоль. Вычисляя по формулам (1) и (2), получим:

$$C_V = \frac{3}{2} \cdot \frac{8{,}31 \cdot 10^3}{20} \text{Дж/(кг} \cdot \text{К)} = 6{,}24 \cdot 10^2 \text{Дж/(кг} \cdot \text{К)};$$

$$C_p = \frac{3+2}{2} \cdot \frac{8{,}31 \cdot 10^3}{20} \text{Дж/(кг} \cdot \text{К)} = 1{,}04 \cdot 10^3 \text{Дж/(кг} \cdot \text{К)}$$

Для водорода (двухатомный газ) *i* = 5 и $\mu = 2$ кг/кмоль. Вычисляя по тем же формулам, получим:

$$C_V = \frac{5}{2} \cdot \frac{8{,}31 \cdot 10^3}{2} \text{Дж/(кг} \cdot \text{К)} = 1{,}04 \cdot 10^4 \text{Дж/(кг} \cdot \text{К)}$$

$$C_p = \frac{5+2}{2} \cdot \frac{8{,}31 \cdot 10^3}{2} \text{Дж/(кг} \cdot \text{К)} = 1{,}46 \cdot 10^4 \text{Дж/(кг} \cdot \text{К)}$$

Пример 6. Вычислить удельные теплоемкости C_V и C_p смеси неона и водорода, если масса m_1 неона составляет g_1 = 80% массы смеси, масса m_2 водорода g_2 = 20%. Значения удельных теплоемкостей газов взять из предыдущего примера.

Решение. Удельную теплоемкость смеси при постоянном объеме C_V найдем путем следующих рассуждений.

Теплоту, необходимую для нагревания смеси на ΔT, выразим двумя способами:

$$Q = C_V(m_1 + m_2)\Delta T, \qquad (1)$$

$$Q = (C_{V,1}m_1 + C_{V,2}m_2)\Delta T, \qquad (2)$$

где $C_{V,1}$ — удельная теплоемкость неона; $C_{V,2}$ — удельная теплоемкость водорода.

Приравняв правые части (1) и (2) и разделив обе части полученного равенства на ΔT, получим

$$C_V = (m_1 + m_2) = C_{V,1}m_1 + C_{V,2}m_2,$$

откуда

$$C_V = C_{V,1}\frac{m_1}{m_1 + m_2} + C_{V,2}\frac{m_2}{m_1 + m_2}, \qquad (3)$$

отношение $g_1 = \dfrac{m_1}{m_1 + m_2}$ и $g_2 = \dfrac{m_2}{m_1 + m_2}$ показывают, какую долю массы смеси составляет масса первого газа (неона) и второго газа (водорода). После подстановки g_1 и g_2 в (3) получим

$$C_V = C_{V,1}g_1 + C_{V,2}g_2. \qquad (4)$$

Подставив в формулу (4) числовые значения величин, найдем

$$C_V = (6{,}24\cdot 10^2 \cdot 0{,}8 + 1{,}04\cdot 10^4 \cdot 0{,}2)\text{Дж/(кг}\cdot\text{к)} =$$

$$= 2{,}58\cdot 10^3\text{Дж/(кг}\cdot\text{к)}\ .$$

Рассуждая таким образом, получим формулу для вычисления удельной теплоемкости смеси при постоянном давлении:

$$C_p = C_{p,1}g_1 + C_{p,2}g_2. \qquad (5)$$

Подставим в формулу (5) числовые значения:

$$C_p = (1{,}04\cdot 10^3 \cdot 0{,}8 + 1{,}46\cdot 10^4 \cdot 0{,}2)\text{Дж/(кг}\cdot\text{К)} = 3{,}75\cdot 10^3\text{Дж/(кг}\cdot\text{К)}$$

Пример 7. Кислород массой m = 2 кг занимает объем V_1 = 1 м^3 и находится под давлением p_l= 0,2 МПа. Газ был нагрет сначала при постоянном давлении до объема V_2 = 3 м^3, а затем при постоянном объеме до давления p_3 = 0,5 МПа. Найти изменение ΔU внутренней энергии газа, совершенную им работу A и теплоту Q, переданную газу. Построить график процесса.

Решение. Изменение внутренней энергии газа выражается формулой

$$\Delta U = C_V m\Delta T = \frac{i}{2}\frac{R}{\mu} m\Delta T\ , \qquad (1)$$

где I — число степеней свободы молекул газа (для двухатомных молекул кислорода $i = 5$); μ — масса одного киломоля.

Начальную и конечную температуру газа найдем, используя уравнение Клапейрона — Менделеева:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT. \qquad (2)$$

Решая его относительно T, получим

$$T = \frac{\rho V\mu}{mR}. \qquad (3)$$

Выпишем заданные величины в единицах СИ: $R = 8{,}31\cdot 10^3$ Дж/(кмоль·К) $V_1 = 1$ м^3; $V_2 = V_3 = 3$ м^2; $p_1 = p_2 = 0{,}2 МПа = 2\cdot 10^5 Па$; p_3 = 0,5 МПа $= 5\cdot 10^5$ Па, m = 2 кг; $\mu = 32$ кг/моль.

Подставляя эти значения в выражение (3) и выполняя арифметические действия, получим:

$$T_1 = \frac{2\cdot 10^5\cdot 1\cdot 32}{2\cdot 8{,}31\cdot 10^3}\,\text{К} = 385\,\text{К};\ T_2 = \frac{2\cdot 10^5\cdot 3\cdot 32}{2\cdot 8{,}31\cdot 10^3}\,\text{К} = 1155\,\text{К};$$

$$T_3 = \frac{5\cdot 10^5\cdot 3\cdot 32}{2\cdot 8{,}31\cdot 10^3}\,\text{К} = 2887\,\text{К}.$$

Подставляя в выражение (1) числовые значения входящих в него величин и выполняя арифметические действия, находим

$$\Delta U = \frac{5}{2}\cdot\frac{8{,}31\cdot 10^3}{32}\cdot 2(2887 - 385)\,\text{Дж} = 3{,}24\cdot 10^6\,\text{Дж}.$$

Работа расширения газа при постоянном давлении выражается формулой

$$A = R\frac{m}{\mu}\Delta T.$$

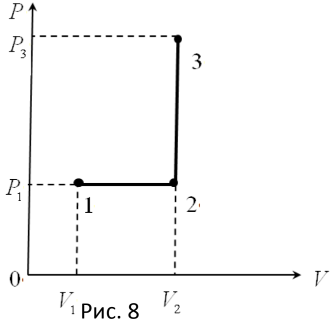


Рис. 8

Подставив числовые значения, получим

$$A = 8{,}31\cdot 10^3\cdot\frac{2}{32}\cdot(1155 - 385)\,\text{Дж} = 0{,}400\cdot 10^6\,\text{Дж}$$

Работа газа, нагреваемого при постоянном объеме, равна нулю, т. е. $A_2 = 0$. Следовательно, полная работа, совершенная газом, равна

$$A = A_1 + A_2 = 0{,}4\cdot 10^6\,\text{Дж}$$

Согласно первому началу термодинамики теплота Q, переданная газу, равна сумме изменения внутренней энергии ΔU и работы *A*

$$Q = \Delta U + A,$$

следовательно,

$$Q = 0{,}4 \cdot 10^6\,\text{Дж} + 3{,}24 \cdot 10^6\,\text{Дж} = 3{,}64 \cdot 10^6\,\text{Дж} = 3{,}64\ \text{МДж}.$$

График процесса приведен на рис.8.

Пример 8. В цилиндре под поршнем находится водород массой *m=0,02 кг* при температуре *T = 300 К*. Водород сначала расширился адиабатически, увеличив свой объем в $n_1 = 5$ раз, а затем был сжат изотермически, причем объем газа уменьшился в $n_2 = 5$ раз. Найти температуру в конце адиабатического расширения и работу, совершенную газом при этих процессах. Изобразить процесс графически.

Решение. Температуры и объемы газа, совершающего адиабатический процесс, связаны между собой соотношением

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}, \text{ или } \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{n_1^{\gamma-1}},$$

где γ — отношение теплоемкости газа при постоянном давлении и постоянном объеме (для водорода как двухатомного газа $\gamma = 1{,}4$);

$$n_1 = \frac{V_1}{V_2} = 5.$$

Отсюда получаем следующее выражение для конечной температуры T_2:

$$T_2 = \frac{T_1}{n_1^{\gamma-1}}.$$

Подставляя числовые значения заданных величин, находим

$$T_2 = \frac{300}{5^{1,4-1}}\,\text{К} = \frac{300}{5^{0,4}}.$$

Так как $5^{0,4} = 1{,}91$ (находится логарифмированием), то

$$T_2 = \frac{300}{1{,}91}\,\text{К} = 157\,\text{К}$$

Работа *A* газа при адиабатическом расширении может быть определена по формуле

$$A = \frac{m}{\mu} C_V (T_1 - T_2) = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2} R (T_1 - T_2),$$

где C_V — киломольная теплоемкость газа при постоянном объеме.

Подставив числовые значения величин: $R = 8{,}31 \cdot 10^3$ Дж/(кмоль·К); *i = 5* (для водорода как двухатомного газа); μ =2 кг/кмоль; *m* = 0,02 кг;

T_1 = 300 К; T_2= 157 К в правую часть последней формулы и выполняя арифметические действия, получим

$$A_1 = \frac{0{,}02 \cdot 5 \cdot 8{,}31 \cdot 10^3}{2 \cdot 2}(300 - 157)\text{Дж} = 2{,}98 \cdot 10^4\,\text{Дж}.$$

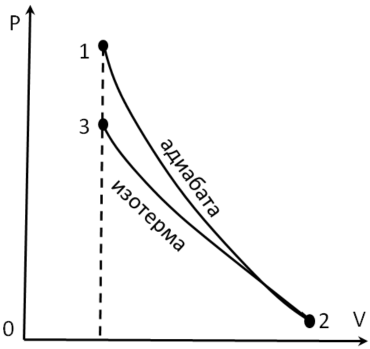


Рис. 9

Работа A_2 газа при изотермическом процессе может быть выражена в виде

$$A_1 = \frac{m}{\mu} C_V R T_2 \ln\frac{V_3}{V_2}, \text{ или } A_2 = \frac{m}{\mu} R T_2 \ln\frac{1}{n_2},$$

где $n_2 = \dfrac{V_2}{V_3} = 5.$

Подставляя известные числовые значения величин, входящих в правую часть этого равенства, и выполняя арифметические действия, находим

$$A_2 = 8{,}31 \cdot 10^3 \cdot 157 \cdot \frac{0{,}02}{2} \ln\frac{1}{5} = -2{,}10 \cdot 10^4\,\text{Дж}$$

Знак минус показывает, что при сжатии газа работа совершается над газом внешними силами. График процесса приведен на рис. 9.

Пример 9. Тепловая машина работает по обратимому циклу Карно. Температура нагревателя $T_1 = 500\text{К}$. Определить термический КПД η цикла и температуру T_2 охладителя тепловой машины, если за счет каждого килоджоуля теплоты, полученной от нагревателя, машина совершает работу $A = 350\text{Дж}$.

Решение. Термический КПД тепловой машины, называемый также коэффициентом использования теплоты, показывает, какая доля теплоты, полученной от нагревателя, превращается в механическую работу. Термический КПД выражается формулой

$$\eta = \frac{A}{Q_1},$$

где Q_1 – теплота, полученная от нагревателя; A – работа, совершенная рабочим телом тепловой машины.

Подставив числовые значения A и Q_1, получим

$$\eta = \frac{350}{1000} = 0{,}35.$$

Зная КПД цикла можно по формуле $\eta = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1}$ определить температуру охладителя T_2:

$$T_2 = T_1(1-\eta).$$

Подставив сюда полученное значение КПД и температуру T_1 нагревателя, получим

$$T_2 = 500(1-0{,}35)\ \text{К} = 325\ \text{К}.$$

2.3. Контрольная работа № 1

Номера задач для выполнения контрольной работы №1 представлены в табл.1.

Таблица 1

Вариант	Номера задач									
0	1	29	5	44	54	11	66	76	16	91
	126	103	134	144	111	159	169	179	184	191
1	2	30	6	45	55	12	67	77	17	92
	125	104	135	145	112	160	170	180	185	192
2	21	31	7	46	56	13	68	78	18	93
	124	105	136	146	151	161	171	113	186	193
3	22	32	37	47	57	14	69	79	19	94
	123	106	137	147	152	162	172	114	187	194
4	23	33	38	48	58	15	70	80	20	95
	122	127	138	148	153	163	173	115	188	195
5	24	34	39	49	59	61	71	81	86	96
	121	128	139	150	154	164	171	116	189	196
6	25	35	40	50	60	62	72	82	87	97
	120	129	140	107	155	165	175	118	149	197
7	26	36	41	51	8	63	73	83	88	98
	119	130	141	108	156	166	176	181	117	198
8	27	3	42	52	9	64	74	84	89	99
	102	132	142	109	157	167	177	182	131	199
9	28	4	43	53	10	65	75	85	90	100
	101	133	143	110	158	168	178	183	190	200

1. Точка движется по окружности радиусом R = 4 м. Закон ее движения выражается уравнением $s = A + Bt^2$, где A = 8 м; B = –2 м/с^2. Найти момент времени t, когда нормальное ускорение точки a_n =9м/с^2; скорость v; тангенциальное a_m и полное a ускорения точки в этот момент времени.

2. Две материальные точки движутся согласно уравнениям: $x_1 = A_1 t + Bt^2 + Ct^3$ и $x_2 = A_2 t + B_2 t^2 + Ct^2$, где A_1=4 м/с; B_1 = 8 м/с^2; $C_1 = 16\, м/с^2$; A_2 = 2 м/с; B_2 = -4 м/с^2; C_2=1 м/с^2. В какой момент времени t ускорения этих точек будут одинаковы? Найти скорости υ_1 и υ_2 точек в этот момент.

3. Шар массой m_1 = 10 кг сталкивается с шаром массой m_2=4 кг. Скорость первого шара υ_1 = 4 м/с, второго υ_2 = 12 м/с. Найти общую скорость υ шаров после удара в двух случаях: когда малый шар нагоняет большой шар, движущийся в том же направлении, и когда шары движутся навстречу друг другу. Удар считать прямым, центральным, неупругим.

4. В лодке массой M = 240 кг стоит человек массой m = 60 кг лодка плывет со скоростью υ = 2 м/с. Человек прыгает с лодки в горизонтальном направлении со скоростью υ = 4 м/с (относительно лодки). Найти скорость лодки после прыжка человека: вперед по движению лодки; в сторону, противоположную движению лодки.

5. Человек, стоявший в лодке, сделал 6 шагов вдоль лодки и остановился. На сколько шагов передвинулась лодка, если масса лодки в 2 раза больше массы человека или в 2 раза меньше?

6. Из пружинного пистолета выстрелили пулькой, масса которой m = 5 г. Жесткость пружины k = 1,25 кН/м. Пружина была сжата на Δl = 8 см. Определить скорость пульки при вылете ее из пистолета.

7. Шар массой m_1 = 200 г, движущийся со скоростью υ_1 = 10 м/с, ударяет неподвижный шар массой m_2 = 800 г. Удар прямой, центральный, абсолютно упругий. Определить скорости шаров после удара.

8. Шар, двигавшийся горизонтально, столкнулся с неподвижным шаром и передал ему 64% своей кинетической энергии. Шары абсолютно упругие, удар прямой, центральный. Во сколько раз масса второго шара больше массы первого?

9. Цилиндр, расположенный горизонтально, может вращаться около оси, совпадающей с осью цилиндра. Масса цилиндра m_1 = 12 кг. На цилиндр намотали шнур, к которому привязали гирю массой m_2 = 1 кг. С каким ускорением будет опускаться гиря? Какова сила натяжения шнура во время движения гири?

10. Через блок, выполненный в виде колеса, перекинута нить, к концам которой привязаны грузы с массами m_1 = 100 г и $m_2 = 300$ г. Массу колеса M = 200 г считать равномерно распределенной по ободу, массой спиц пренебречь. Определить ускорение, с которым будут двигаться грузы и силы натяжения нити по обе стороны блока.

11. Двум одинаковым маховикам, находящимся в покое, сообщили одинаковую угловую скорость ω = 63 рад/с и предоставили их самим себе. Под действием сил трения первый маховик остановился через одну минуту, а второй сделал до полной остановки N = 360 оборотов. У какого маховика тормозящий момент был больше и во сколько раз?

12. Шар скатывается с наклонной плоскости высотой H = 90 см. Какую линейную скорость будет иметь центр шара в тот момент, когда шар скатится с наклонной плоскости?

13. На верхней поверхности горизонтального диска, который может

вращаться вокруг оси, проложены по окружности радиуса r = 50 см рельсы игрушечной железной дороги. Масса диска m_1 = 10 кг, его радиус R = 60 см. На рельсы неподвижного диска был поставлен заводной паровозик массой m = 1 кг и выпущен из рук. Он начал двигаться относительно рельс со скоростью υ = 0,8 м/с. С какой угловой скоростью будет вращаться диск?

14. Платформа в виде диска вращается по инерции около вертикальной оси с частотой n_1 =15 об/мин. На краю платформы стоит человек. Когда человек перешел в центр платформы, частота возросла до n_2 = 25 об/мин. Масса человека m=70 кг. Определить массу M платформы. Момент инерции человека рассчитывать, как для материальной точки.

15. Искусственный спутник обращается вокруг Земли по круговой орбите на высоте H = 3200 км над поверхностью Земли. Определить линейную скорость спутника.

16. Точка совершает гармонические колебания. В некоторый момент времени смещение x = 5 см, скорость ее υ = 20 см/с и ускорение a = –80 см/с^2. Найти циклическую частоту и период колебаний; фазу колебаний в рассматриваемый момент времени и амплитуду колебаний.

17. Точка совершает гармонические колебания, уравнение которых имеет вид $x = A\sin\omega t$, где A = 5 см; ω = 2 c^{-1}. Найти момент времени (ближайший к началу отсчета), в который потенциальная энергия точки $П = 10^{-4}$ Дж, а возвращающая сила $F = 5\cdot 10^{-3}$ Н. Определить также фазу колебаний в этот момент времени.

18. Два гармонических колебания, направленных по одной прямой, имеющих одинаковые амплитуды и периоды, складываются в одно колебание той же амплитуды. Найти разность фаз складываемых колебаний.

19. Точка совершает одновременно два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями: $x = A_1\cos\omega_1 t$ и $y = A_2\cos\omega_2(t+\tau)$, где A_1 = 4 см; $\omega_1 = \pi$ с$^{-1}$; $A_2 = 8 см$; $\omega_2 = \pi c^{-1}$; τ = 1 с. Найти уравнение траектории и начертить ее с соблюдением масштаба.

20. Поперечная волна распространяется вдоль упругого шнура со скоростью υ = 15 м/с. Период колебаний точек шнура T = 1,2 с. Определить разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний двух точек, лежащих на луче и отстоящих от источника волн на расстояниях x_1 = 20 м и x_2 = 30 м.

21. Колесо радиусом R = 0,3 м вращается согласно уравнению $\varphi = At + Bt^2$, где A = 1 рад/с; B = 0,1 рад/с^3. Определить полное ускорение точек на окружности колеса в момент времени t = 2 с.

22. Движения двух материальных точек выражаются уравнениями $x_1 = A_1 + B_1 t + C_1 t^2$ и $x_2 = A_2 + B_2 t + C_2 t^2$, где A_1=20м; B_1 = = 2 м/с;

$C_1 = -4\,м/с^2$; $A_2 = 2$ м; $B_2 = 2$ м/с; $C_2 = 0{,}5$ м/с^2. В какой момент времени скорости этих точек будут одинаковы? Чему равны скорости и ускорения точек в этот момент?

23. Материальная точка движется по окружности радиусом $R = 2$ м согласно уравнению $x = At + Bt^2$, где $A = 8$ м/с; $B = -0{,}2$ м/с^3. Найти скорость υ, тангенциальное a_τ, нормальное a_n и полное a ускорения в момент времени $t = 3$ с.

24. Материальная точка движется прямолинейно. Уравнение движения имеет вид $x = At + Bt^2$, где $A = 3$ м/с; $B = 0{,}06\,м/с^3$. Найти скорость υ и ускорение точки в моменты времени $t_1 = 0$ и $t_2 = 3$ с. Каковы средние значения скорости и ускорения за первые 3 с движения?

25. Точка движется по прямой согласно уравнению $x = At + Bt^2$, где $A = 6$ м/с; $B = 0{,}125$ м/с^3. Определить среднюю скорость $< \frac{\Delta s}{\Delta t} >$ точки в интервале времени от $t_1 = 2$ с до $t_2 = 6$ с.

26. Две материальные точки движутся согласно уравнениям $x_1 = A_1 + B_1 t + C_1 t^2$ и $x_2 = A_2 + C_2 t^2$, где $A_1 = 10$ м; $B_1 = 32$ м/с; $C_1 = -3$ м/с^2; $A_2 = 5$ м; $C_2 = 5$ м/с^2. В какой момент времени скорости этих точек одинаковы? Чему равны скорости и ускорения точек в этот момент?

27. Диск радиусом $R = 0{,}2$ м вращается согласно уравнению $x = A + Bt + Ct^3$, где $A = 3$ рад; $B = -1$ рад/с; $C = 0{,}1$ рад/с^3. Определить тангенциальное a_τ, нормальное a_n и полное a ускорения точек на окружности диска для момента времени $t = 10$ с.

28. По дуге окружности радиусом $R = 10$ м вращается точка. В некоторый момент времени нормальное ускорение точки $a_n = 4{,}9$ м/с^2, вектор полного ускорения образует в этот момент с вектором нормального ускорения угол $\alpha = 60°$. Найти скорость υ и тангенциальное ускорение a_τ точки.

29. Снаряд массой $m = 10$ кг обладал скоростью $\upsilon = 300$ м/с в верхней точке траектории. В этой точке он разорвался на две части. Меньшая массой $m_1 = 2$ кг получила скорость $\upsilon_1 = 500$ м/с. С какой скоростью и в каком направлении полетит большая часть, если меньшая полетела вперед под углом $\alpha = 60°$ к плоскости горизонта?

30. Шарик массой $m = 200$ г ударился о стенку со скоростью $\upsilon = 10$ м/с и отскочил от нее с такой же скоростью. Определить импульс p, полученный стенкой, если до удара шарик двигался под углом $\alpha = 30°$ к плоскости стенки.

31. Шарик массой $m = 100$ г свободно падает с высоты $h_1 = 1$ м на стальную плиту и подпрыгивает на высоту $h_2 = 0{,}5$ м. Определить импульс p (по величине и направлению), сообщенный плитой шарику.

32. Шарик массой m_1 = 100 г ударился о стенку со скоростью υ = 5 м/с и отскочил от нее с той же скоростью. Определить импульс, полученный стенкой, если до удара шарик двигался под углом α = 60° к плоскости стенки.

33. На тележке, свободно движущейся по горизонтальному пути со скоростью υ_1 = 3 м/с, находится человек. Человек прыгает в сторону, противоположную движению тележки. После прыжка скорость тележки изменилась и стала равной u_1 = 4 м/с. Определить горизонтальную составляющую скорости u_{2x} человека при прыжке относительно тележки. Масса тележки m = 210 кг, масса человека m_2 = 70 кг.

34. Снаряд, летящий со скоростью υ_0 = 500 м/с, разорвался на два осколка. Меньший осколок, масса которого составляет 20% от общей массы снаряда, полетел в противоположном направлении со скоростью $\upsilon_1 = 200\, м/с$. Определить скорость u_2 большего осколка.

35. На железнодорожной платформе установлено орудие. Орудие жестко скреплено с платформой. Масса платформы и орудия M = 20 т. Орудие производит выстрел под углом α = 60° к линии горизонта в направлении пути. Какую скорость u_1 приобретает платформа с орудием вследствие отдачи, если масса снаряда m = 50 кг и он вылетает из канала ствола со скоростью u_2=500 м/с?

36. Две одинаковые лодки массами M = 200 кг (вместе с человеком, находящимся в лодке) движутся параллельными курсами навстречу друг другу с одинаковыми скоростями υ_1 = 1 м/с. Когда лодки поравнялись, то с первой лодки на вторую и со второй на первую одновременно перебрасывают груз массой m=20 кг. Определить скорости лодок после перебрасывания грузов.

37. Шар массой m_1 = 2 кг движется со скоростью υ_1 = 3 м/с и сталкивается с шаром массой m_2 = 4 кг, движущимся ему навстречу со скоростью $\upsilon_2 = 4\, м/с.$ Определить скорости шаров после прямого центрального удара. Удар считать абсолютно упругим.

38. Боек свайного молота массой m_1 = 0,6 т падает с некоторой высоты на сваю массой m_2 = 150 кг. Найти *КПД* бойка, считая удар неупругим. Полезной считать энергию, пошедшую на углубление сваи.

39. Шар массой m_1 = 6 кг движется со скоростью υ_1 = 2 м/с и сталкивается с шаром массой m_2 = 4 кг, который движется ему на встречу со скоростью υ_2 = 5 м/с. Найти скорость шаров после прямого центрального удара. Шары считать абсолютно упругими.

40. Молот массой m = 10 кг ударяет по небольшому куску мягкого железа, лежащему на наковальне. Масса наковальни M = 0,4 т. Определить *КПД* удара молота при данных условиях. Удар считать неупругим. Полезной в

данном случае является энергия, пошедшая на деформацию куска железа.

41. Шар массой m_1 = 5 кг движется со скоростью υ_1 = 2 м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой m_2 = 3 кг. Вычислить работу A, совершенную при деформации шаров при прямом центральном ударе. Шары считать неупругими.

42. Шар массой m_1 = 2 кг движется со скоростью υ_1 = 4 м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой m_2 = 5 кг. Определить скорости шаров после прямого центрального удара. Шары считать абсолютно упругими.

43. Деревянный шар массой M = 10 кг подвешен на нити длиной l = 2м. В шар попадает горизонтально летящая пуля массой $m = 5$ г и застревает в нем. Определить скорость υ пули, если нить с шаром отклонилась от вертикали на угол α = 3°. Размером шара пренебречь. Удар пули считать центральным.

44. Вагон массой m = 40т движется на упор со скоростью $\upsilon = 0{,}1$ м/с. При полном торможении вагона буферные пружины сжимаются на Δl = 10 см. Определить максимальную силу F_{max} сжатия буферных пружин и продолжительность Δt торможения.

45. Атом распадается на две части массами m_1 = $1{,}6 \cdot 10^{-25}$ кг и $m_2 = 2{,}3 \cdot 10^{-25}$ кг. Определить кинетические энергии T_1 и T_2 частей атома, если их общая кинетическая энергия Т = $2{,}2 \cdot 10^{-11}$ Дж. Кинетической энергией и импульсом атома до распада пренебречь.

46. На покоящийся шар налетает со скоростью υ = 4 м/с другой шар одинаковой с ним массы. В результате столкновения шар изменил направление движения на угол α = 30°. Определить скорости шаров после удара. Удар считать абсолютно упругим.

47. На спокойной воде пруда находится лодка длиной l = 4 м, расположенная перпендикулярно берегу. На корме лодки стоит человек. Масса лодки с человеком M = 240 кг, масса человека m = 60 кг. Человек перешел с кормы на нос лодки. Насколько переместились при этом относительно берега человек и лодка?

48. Тело массой m = 0,2 кг соскальзывает без трения с горки высотой h = 2 м. Найти изменение импульса Δp тела.

49. Какую максимальную часть своей кинетической энергии может передать частица массой m_1 = $2 \cdot 10^{-22}$ г, сталкиваясь упруго с частицей массой m_2 = $8 \cdot 10^{-22}$ г, которая до столкновения покоилась?

50. Абсолютно упругий шар массой m_1 = 1,8 кг сталкивается с покоящимся упругим шаром большей массы. В результате центрального прямого удара шар потерял 36% своей кинетической энергии. Определить массу m_2 большего шара.

51. Плот массой M = 140 кг и длиной l = 3 м плавает на воде. На плоту

находится человек, масса которого m = 70 кг. С какой наименьшей скоростью υ и под каким углом α к плоскости горизонта должен прыгнуть человек вдоль плота, чтобы попасть на его противоположный край?

52. Лодка длиной l = 3 м и массой M = 120 кг стоит на спокойной воде. На носу и корме находятся два рыбака массами m_1 = 60 кг и m_2 = 90 кг. Насколько сдвинется лодка относительно воды, если рыбаки пройдут по лодке и поменяются местами?

53. С какой скоростью вылетит из пружинного пистолета шарик массой m = 10 г, если пружина была сжата на Δx = 5 см и жесткость пружины k = 200 Н/м?

54. Пружина жесткостью $k = 10^4$ Н/м сжата силой F = 200 Н. Определить работу внешней силы, дополнительно сжимающей эту пружину еще на $\Delta l = 1 см$.

55. Вагон массой m = 20 т двигался со скоростью υ = 1 м/с. Налетев на пружинный буфер, он остановился, сжав пружину буфера на Δl = 10 см. Определить жесткость пружины.

56. Пружина жесткостью $k = 10^3$ Н/м была сжата на x_1 = 5 см. Какую нужно совершить работу, чтобы сжатие пружины увеличить до x_2 = 15 см?

57. Гиря, положенная на верхний конец спиральной пружины, сжимает ее на Δl = 2 мм. На сколько сожмет пружину та же гиря, упавшая на конец пружины с высоты h = 5 см?

58. Из ствола автоматического пистолета вылетела пуля массой m = 10 г со скоростью υ = 300 м/с. Затвор пистолета массой $M = 200$г прижимается к стволу пружиной, жесткость которой k = 25 кН/м. На какое расстояние отойдет затвор после выстрела? (Считать, что пистолет жестко закреплен.)

59. Две пружины жесткостью k_1 = 1 кН/м и k_2 = 3 кН/м скреплены параллельно. Определить потенциальную энергию данной системы при абсолютной деформации Δl = 5 см.

60. Две пружины жесткостью k_1 = 300 Н/м и k_2 = 500 Н/м скреплены последовательно. Определить работу по растяжению обеих пружин, если вторая пружина была растянута на $\Delta l = 3$см.

61. Диск радиусом R = 20 см и массой m = 7 кг вращается согласно уравнению $\varphi = A + Bt + Ct^2$, где A = 3 рад; B = –1 рад/с; C = 0,1 рад/с^3. Найти закон, по которому меняется вращающий момент, действующий на диск. Определить момент сил M в момент времени t = 2 с.

62. Маховик радиусом R = 10 см насажен на горизонтальную ось. На обод маховика намотан шнур, к которому привязан груз массой m = 800 г. Опускаясь равноускорено, груз прошел расстояние s = 160 см за время t = 2 с. Определить момент инерции маховика.

63. Сплошной цилиндр скатился с наклонной плоскости высотой $h = 15$ см. Определить скорость υ поступательного движения цилиндра в конце наклонной плоскости.

64. Сплошной однородный диск катится по горизонтальной плоскости со скоростью $\upsilon = 10$ м/с. Какое расстояние пройдет диск до остановки, если его предоставить самому себе? Коэффициент трения при движении диска равен 0,02.

65. Тонкий стержень длиной $l = 40$ см и массой $m = 0{,}6$ кг вращается около оси, проходящей через середину стержня перпендикулярно его длине. Уравнение вращения стержня $\varphi = At + Bt^3$, где $A = 1$ рад/с; $B = 0{,}1$ рад/с^3. Определить вращающий момент M в момент времени $t = 2$ с.

66. Диск радиусом $R = 20$ см и массой $m = 5$ кг вращается с частотой $n = 8$ об/с. При торможении он остановился через время $t = 4$ с. Определить тормозящий момент M.

67. Через неподвижный блок массой $m = 0{,}2$ кг перекинут шнур, к концам которого подвешены грузы массами $m_1 = 0{,}3$ кг и $m_2 = 0{,}5$ кг. Определить силы натяжения шнура T_1 и T_2 по обе стороны блока во время движения грузов, если массу блока можно считать равномерно распределенной по ободу.

68. Через блок радиусом $R = 3$ см перекинули шнур, к концам которого привязаны грузы массами $m_1 = 100$ г и $m_2 = 120$ г. При этом грузы пришли в движение с ускорением $a = 3$ м/с^2. Определить момент инерции блока. Трение при вращении не учитывать.

69. На краю горизонтальной платформы, имеющей форму диска радиусом $R = 2$ м, стоит человек. Масса платформы $M = 200$ кг, масса человека $m = 80$ кг. Платформа может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. Пренебрегая трением, найти, с какой угловой скоростью будет вращаться платформа, если человек будет идти вдоль ее края со скоростью $\upsilon = 2\,\text{м/с}$ относительно платформы.

70. На скамейке Жуковского стоит человек и держит в руках стержень, расположенный вертикально по оси вращения скамейки. Скамейка с человеком вращается с угловой скоростью $\omega_1 = 1$ рад/с. С какой угловой скоростью ω_2 будет вращаться скамейка с человеком, если повернуть стержень так, чтобы он занял горизонтальное положение? Суммарный момент инерции человека и скамейки $J = 6\ \text{кг}\cdot\text{м}^2$. Длина стержня $l = 2{,}4$ м, его масса $m = 8$ кг. Считать, что центр тяжести стержня с человеком находится на оси платформы.

71. Платформа, имеющая форму диска, может вращаться около вертикальной оси. На краю платформы стоит человек. На какой угол φ повернется платформа, если человек пойдет вдоль края платформы и, обойдя ее, вернется в исходную точку? Масса платформы $M = 240$ кг, масса человека $m = 60$ кг. Момент инерции человека рассчитывать, как для материальной

точки.

72. Шарик массой m = 50 г, привязанный к концу нити длиной l_1 =1 м, вращается с частотой n_1 = 1 об/с, опираясь на горизонтальную плоскость. Нить укорачивается, приближая шарик к оси вращения до расстояния l_2 = 0,5 м. С какой частотой n_2 будет при этом вращаться шарик? Какую работу A совершает внешняя сила, укорачивая нить? Трением шарика о плоскость пренебречь.

73. Платформа в виде диска радиусом R = 1 м вращается по инерции с частотой n_1 = 6 об/мин. На краю платформы стоит человек, масса которого m = 80 кг. С какой частотой будет вращаться платформа, если человек перейдет в ее центр? Момент инерции платформы $J = 120$ кг·м^2. Момент инерции человека рассчитывать, как для материальной точки.

74. Человек стоит на скамейке Жуковского и ловит рукой мяч массой m = 0,4 кг, летящий в горизонтальном направлении со скоростью υ = 20 м/с. Траектория мяча проходит на расстоянии r = 0,8 м от вертикальной оси вращения скамейки. С какой угловой скоростью ω начнет вращаться скамейка Жуковского с человеком, поймавшим мяч? Считать, что суммарный момент инерции человека и скамейки $J = 6$ кг·м^2.

75. Человек стоит на скамейке Жуковского и держит в руках стержень, расположенный вертикально вдоль оси вращения скамейки. Стержень служит осью вращения колеса, расположенного на верхнем конце стержня. Скамейка неподвижна, колесо вращается с частотой n = 10 об/с. С ка-кой угловой скоростью со будет вращаться скамейка, если человек повернет стержень на угол 180° и колесо окажется на нижнем конце стержня? Суммарный момент инерции человека и скамейки $J = 6$ кг·м^2, радиус колеса R = 20 см. Массу колеса m = 3 кг можно считать равномерно распределенной по ободу. Считать, что центр тяжести с колесом находится на оси платформы.

76. Маховик, имеющий вид диска радиусом R = 40 см и массой m = 50 кг, может вращаться вокруг горизонтальной оси. На этой оси жестко закреплен шкив радиусом r =10 см. По касательной к шкиву приложена постоянная сила F = 500 Н. Через сколько времени маховик раскрутится до частоты n = 1 об/с?

77. На каком расстоянии от центра Земли находится точка, в которой напряженность суммарного гравитационного поля Земли и Луны равна нулю? Принять, что масса Земли в 81 раз больше массы Луны и что расстояние от центра Земли до центра Луны равно 60 радиусам Земли.

78. Период обращения T искусственного спутника Земли равен 2 ч Считая орбиту спутника круговой, найти, на какой высоте над поверхностью Земли движется спутник.

79. Стационарный искусственный спутник движется по окружности в плоскости земного экватора, оставаясь все время над одним и тем же пунк-

том земной поверхности. Определить угловую скорость со спутника и радиус R его орбиты.

80. На какой высоте h над поверхностью Земли напряженность G поля тяготения равна 1 Н/кг?

81. Период обращения искусственного спутника Земли T= 50 мин. Считая орбиту спутника круговой, найти, на какой высоте над поверхностью Земли движется спутник.

82. Определить работу A, которую совершают силы гравитационного поля Земли, если тело массой m=1 кг упадет на поверхность Земли: 1) с высоты, равной радиусу Земли; 2) из бесконечности.

83. На какую высоту h над поверхностью Земли поднимется ракета, пущенная вертикально вверх, если начальная скорость υ_0 ракеты будет равна первой космической скорости?

84. Метеорит массой m = 10 кг падает из бесконечности на поверхность Земли. Определить работу, которую совершают при этом силы гравитационного поля Земли.

85. Материальная точка совершает колебания по закону синуса. Наибольшее смещение точки A = 20 см, наибольшая скорость $\upsilon_{\max}$ = 40 см/с. Написать уравнение колебаний и найти максимальное ускорение точки.

86. Точка совершает гармонические колебания, уравнение которых имеет вид $x = A\sin\omega t$, где A = 5 см; ω = 2 с$^{-1}$. В момент, когда на точку действовала возвращающая сила F = +5 мН, точка обладала потенциальной энергией $П$ = 0,1 мДж. Найти этот момент времени t и соответствующую ему фазу ω колебания.

87. Стержень длиной l = 40 см колеблется около оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его верхний конец. Определить период колебаний такого маятника.

88. Материальная точка массой m = 0,01 кг совершает гармонические колебания, уравнение которых имеет вид $x = A\sin\omega t$, где A = 0,2 м; $\omega = 8\pi c^{-1}$. Найти возвращающую силу F в момент времени t = 0,1 с, а также полную энергию E точки.

89. На стержне длиной l = 30 см укреплены два одинаковых грузика: один — в середине стержня, другой — на одном из его концов. Стержень с грузиками колеблется около горизонтальной оси, проходящей через свободный конец стержня. Определить приведенную длину L и период T колебаний. Массой стержня пренебречь.

90. Материальная точка массой m = 0,1 г колеблется согласно уравнению $x = A\sin\omega t$, где A = 5 см; ω = 20 с$^{-1}$. Определить максимальные значения возвращающей силы F_{max} и кинетической энергии T_{max} точки.

91. Однородный диск радиусом R = 30 см колеблется около горизонтальной оси, проходящей через одну из образующих цилиндрической поверхности диска. Определить период T колебаний диска.

92. Диск радиусом R = 24 см колеблется около горизонтальной оси, проходящей через середину одного из радиусов перпендикулярно плоскости диска. Определить частоту ν колебаний такого физического маятника.

93. Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, происходящих согласно уравнениям: $x = A_1 \sin\omega_1 t$; и $y = A_2 \sin\omega_2 t$, где A_1 = 3 см; ω_1 = l с$^{-1}$; A_2 = 2 см; ω_2 = 1 с$^{-1}$. Определить траекторию точки. Построить траекторию с соблюдением масштаба, указать направление движения точки.

94. Точка совершает одновременно два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями: $x = A_1 \sin\omega_1 t$ и $y = A_2 \sin\omega_2 t$, где A_1=1см; ω_1=0,5 с$^{-1}$; A_2 = 1 см; ω_2 = 1 с$^{-1}$. Найти уравнение траектории построить ее с соблюдением масштаба и указать направление движения.

95. Складываются два колебания одинакового направления и одинакового периода: $x = A_1 \sin\omega_1 t$ и $x_2 = A_2 \sin\omega_2 (t + \tau)$, где $A_1 = A_2 = 1\text{см}$; $\omega_1 = \omega_2 = \pi \cdot c^{-1}$; τ=0,5 с. Определить амплитуду A и начальную фазу φ_0 результирующего колебания. Написать его уравнение.

96. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, уравнения которых: $x = A_1 \sin\omega_1 t$ и $y = A_2 \cos\omega_2 t$, где $A_1 = 2 см$; A_2 = 1 см; ω_1 = ω_2 = 1 с$^{-1}$. Написать уравнение траектории и построить ее на чертеже; показать направление движения точки.

97. Материальная точка участвует в двух колебаниях, проходящих по одной прямой и выражаемых уравнениями: $x_1 = A_1 \, sin\omega_1 t$; $x_2 = A_2 \, cos\omega_2$, где A_1=1 см; A_2 = 2 см; ω_1 = ω_2=1 c^{-1}. Найти амплитуду A сложного движения, его частоту ν, и начальную фазу φ_0. Написать уравнение движения.

98. Точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями: x— $x = A_1 \cos\omega_1$ и $y = A_2 \sin\omega_2 t$ где $A_1 = 2\,\text{см}$; $A_2 = 3 см$; ω_1 = 2 ω_2. Найти уравнение траектории точки и построить ее на чертеже; показать направление движения точки.

99. Определить скорость υ распространения волн в упругой среде, если разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний двух точек, отстоящих друг от друга на 10 см, равна 60°. Частота колебаний ν = 25 Гц.

100. Две точки находятся на прямой, вдоль которой распространяются волны со скоростью υ = 50 м/с. Период колебаний T = 0,5 с, расстояние между точками x = 50 см. Найти разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний в этих точках.

101. Вычислить массу m атома азота.

102. Плотность газа ρ при давлении p = 720 мм рт. ст. и температуре T=0°С равна 1,35 г/л. Найти массу киломоля μ газа.

103. Каково будет давление газа, в объеме V = 1 см^3 которого содержится

$N = 10^9$ молекул, при температуре $T_1 = 3$ К и $T_2 = 1000$ К?

104. При температуре $T = 35°$С и давлении $p = 7$ атм плотность некоторого газа $\rho = 12{,}2$ кг/м^3. Определить относительную молекулярную массу M газа.

105. Какой объем V занимает смесь азота массой $m_1 = 1$ кг и гелия массой $m_2 = 1$ кг при нормальных условиях?

106. В баллоне емкостью $V = 15$ л находится смесь, содержащая $m_1 = 10$ г водорода, $m_2 = 54$ г водяного пара и $m_3 = 60$ г окиси углерода. Температура смеси $t = 27°$С. Определить давление.

107. Найти полную кинетическую энергию, а также кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы аммиака NH_3 при температуре $T = 27°$С.

108. Определить удельные теплоемкости c_V и c_p газообразной окиси углерода CO.

109. Определить удельные теплоемкости c_V и c_p газа, состоящего по массе из 85% кислорода (O_2) и 15% озона (O_3).

110. Определить удельные теплоемкости c_V и c_p смеси, содержащей $m_1 = 3$ кг азота и $m_2 = 1$ кг водяного пара, принимая эти газы за идеальные.

111. Молекула газа состоит из двух атомов; разность удельных теплоемкостей газа при постоянном давлении и постоянном объеме равна $260 \text{Дж}/\text{кг}\cdot\text{К}$. Найти молярную массу газа и его удельные теплоемкости c_V и c_p.

112. Найти среднюю длину свободного пробега $\langle l \rangle$ молекулы водорода при давлении $p = 0{,}001$ мм рт. ст. и температуре $t = 173°$ С.

113. Азот нагревался при постоянном давлении, причем ему было сообщено количество теплоты $Q = 21\text{кДж}$. Определить работу A, которую совершил при этом газ, и изменение ΔU его внутренней энергии.

114. Водород занимает объем $V_1 = 10$ м^3 при давлении $p_1 = 0{,}1$Па. Газ нагрели при постоянном объеме до давления $p_2 = 0{,}3$МПа. Определить изменение ΔU внутренней энергии газа, работу A, совершенную газом, и теплоту Q, сообщенную газу.

115. Кислород при неизменном давлении $p = 80$ кПа нагревается. Его объем увеличивается от $V_1 = 1$ м^3 до $V_2 = 3$ м^3. Определить изменение ΔU внутренней энергии кислорода, работу A, совершенную им при расширении, а также теплоту Q, сообщенную газу.

116. В цилиндре под поршнем находится азот, имеющий массу $m = 0{,}6$ кг и занимающий объем $V_1 = 1{,}2$ м^3 при температуре $T_1 = 560$ К. В результате нагревания газ расширился и занял объем $V_2 = 4{,}2$ м^3, причем температура

осталась неизменной. Найти изменение ΔU внутренней энергии газа, совершенную им работу A, и теплоту, сообщенную газу.

117. В бензиновом автомобильном моторе степень сжатия горючей смеси равна 6,2. Смесь засасывается в цилиндр при температуре $t_1 = 15°C$. Найти температуру t_2 горючей смеси в конце такта сжатия. Горючую смесь рассматривать как двухатомный идеальный газ, процесс считать адиабатным.

118. Газ совершает цикл Карно. Абсолютная температура нагревателя в 3 раза выше, чем температура охладителя. Нагреватель передал газу Q_1 = 41,9 кДж теплоты. Какую работу совершил газ?

119. Найти число молей ν и число молекул N, содержащихся в 2 кг кислорода.

120. Определить массу m_1 одной молекулы воды.

121. Найти число N атомов, содержащихся в капельке ртути массой m = 1 г.

122. Определить молярную массу μ и массу m_1 одной молекулы поваренной соли.

123. Определить массу m_1 одного атома водорода и число N атомов, содержащихся в одном грамме водорода.

124. Найти число ν молей и число п молекул, содержащихся в объеме V = 1 см^3 воды при температуре t = 4°С.

125. Определить массу m_1 одной молекулы сероуглерода CS_2. Принимая, что молекулы в жидкости имеют шарообразную форму и расположены вплотную друг к другу, определить диаметр d молекулы.

126. Определить массу m_1 одной молекулы углекислого газа CO_2.

127. В баллоне емкостью V = 20 л находится аргон под давлением $p_1 = 800 кПа$ и температуре T_1= 325 К. Когда из баллона было взято некоторое количество аргона, давление в баллоне понизилось до $p_2 = 600$кПа , а температура установилась T_2 = 300 К. Определить массу m аргона, взятого из баллона.

128. Вычислить плотность p кислорода, находящегося в баллоне под давлением p = 1 МПа при температуре T = 300 К.

129. Некоторый газ находится под давлением p = 700 кПа при температуре T = 308 К. Определить относительную молекулярную массу газа M, если плотность газа ρ = 12,2 кг/м^3.

130. Вычислить плотность ρ азота, находящегося в баллоне под давлением p = 20 ат. Температура азота T = 290 К.

131. Баллон емкостью V = 40 л заполнен азотом. Температура азота T = 300 К. Когда часть азота израсходовали, давление в баллоне понизилось на Δp = 400 кПа. Определить массу Δm израсходованного азота. Процесс считать изотермическим.

132. Баллон емкостью V = 50 л заполнен кислородом. Температура кислорода T = 300 К. Когда часть кислорода израсходовали, давление в баллоне понизилось на Δp = 200 кПа. Определить массу израсходованного кислорода. Процесс считать изотермическим.

133. Два сосуда одинаковой емкости содержат кислород. В одном сосуде давление p_1= 1 МПа и температура T_1= 400 К, в другом $p_2 = 1{,}5$ МПа, T_2 = 250 К. Сосуды соединили трубкой и охладили находящийся в них кислород до температуры T = 300 К. Определить установившееся давление p в сосудах.

134. Давление p насыщенного водяного пара при температуре $T = 300$К равно 26,7 мм рт. ст. Определить плотность ρ водяного пара при этих условиях, принимая его за идеальный газ.

135. Баллон емкостью V = 30 л содержит смесь водорода и гелия при температуре T = 300 К и давлении p = 0,8 МПа. Масса смеси $m = 24$г . Определить массу m_1 водорода и массу m_2 гелия.

136. В баллоне емкостью V = 11,2 л находится водород при нормальных условиях. После того как в баллон было дополнительно введено некоторое количество гелия, давление в баллоне возросло до p= 0,15 МПа, а температура не изменилась. Определить массу гелия, введенного в баллон.

137. Сосуд емкостью V = 0,01 м^3 содержит азот массой m_1 = 1 г и водород массой m_2 = 1 г при температуре T = 280 К. Определить давление p смеси газов.

138. Найти плотность ρ газовой смеси, состоящей по массе из одной части водорода и восьми частей кислорода при давлении p=0,1 МПа и температуре T = 290 К.

139. Сосуд емкостью V = 0,01 м^3 содержит азот массой m_1 = 1 г и водород массой m_2 = 1 г при температуре T = 280 К. Определить давление p смеси газов.

140. Баллон емкостью V = 15 л содержит смесь водорода и азота при температуре T = 300 К и давлении p = 1,23 МПа. Масса смеси m = 145 г. Определить массу m_1 водорода и массу m_2 азота.

141. Газовая смесь, состоящая из кислорода и азота, находится в баллоне под давлением p = 1 МПа. Считая, что масса кислорода составляет 20% от массы смеси, определить парциальные давления p_1 и p_2 отдельных газов.

142. Один баллон емкостью V_1= 20 л содержит азот под давлением p_1= 2,5 МПа, другой баллон емкостью V_2 = 44 л содержит кислород под давлением p_2 = 1,6 МПа. Оба баллона были соединены между собой и оба газа смешались, образовав однородную смесь (без изменения температуры). Найти парциальные давления p_1 и p_2 обоих газов в смеси и полное давление p смеси.

143. Определить среднюю кинетическую энергию $\langle\omega\rangle$ одной молекулы водяного пара при температуре T = 360 К.

144. Найти среднюю кинетическую энергию $\langle\omega_{\text{вращ}}\rangle$ вращательного движения одной молекулы водорода, а также суммарную кинетическую энергию U всех молекул в одном моле водорода при температуре T = =190 К.

145. Определить температуру газа, если средняя кинетическая энергия $\langle\omega_{\text{пост}}\rangle$ поступательного движения его молекул равна $2{,}07\cdot10^{-21}$ Дж.

146. Найти среднюю кинетическую энергию $\langle\omega_{\text{пост}}\rangle$ поступательного движения одной молекулы, а также суммарную кинетическую энергию U всех молекул, заключенных в одном моле и в одном килограмме гелия при температуре T = 70 К

147. В азоте взвешены мельчайшие пылинки, которые движутся так, как если бы они были очень крупными молекулами. Масса каждой пылинки $m = 10^{-10}$ г. Температура газа T = 293 К. Определить средние квадратичные скорости $\langle\upsilon_{\text{кв}}\rangle$, а также средние кинетические энергии $\langle\omega_{\text{пост}}\rangle$ поступательного движения молекул азота и пылинок.

148. Определить среднюю кинетическую энергию $\langle\omega_{\text{вращ}}\rangle$ вращательного движения одной молекулы двухатомного газа, если суммарная кинетическая энергия молекул одного киломоля этого газа U = 3,01 МДж.

149. Сосуд емкостью V = 4 л содержит m = 0,6 г некоторого газа под давлением p = 0,2 МПа. Определить среднюю квадратичную скорость молекул газа.

150. Газ занимает объем V = 1 л под давлением p = 0,2 МПа. Определить кинетическую энергию поступательного движения всех молекул, находящихся в данном объеме.

151. Вычислить теплоемкость при постоянном объеме двухатомного газа, заключенного в сосуд V = 10 л при нормальных условиях.

152. Вычислить киломольные (килоатомные) C_v и C_p и удельные Cv и Cp теплоемкости для кислорода и аргона, принимая эти газы за идеальные.

153. Смесь состоит из двух молей одноатомного газа и одного моля двухатомного газа. Определить мольные теплоемкости C_v и C_p смеси.

154. Вычислить теплоемкость при постоянном объеме газа, заключенного в сосуд емкостью V = 20 л при нормальных условиях. Газ одноатомный.

155. Относительная молекулярная масса газа M = 4. Отношение теплоемкостей C_P/C_v = 1,67. Вычислить удельные теплоемкости газа.

156. Удельные теплоемкости некоторого газа: $C_v = 10{,}4$ кДж/(кг·К) и C_p = 14,6 кДж/(кг·К). Определить киломольные теплоемкости.

157. Разность удельных теплоемкостей некоторого газа

$C_p - C_v = 2{,}08\,кДж/кг\cdot К$. Определить относительную молекулярную массу M газа.

158. Некоторый газ находится при температуре T = 350 К в баллоне емкостью V = 100 л под давлением p = 0,2 МПа. Теплоемкость этого газа при постоянном объеме C = 140 Дж/К. Определить отношение теплоемкостей C_P/C_V.

159. При некоторых условиях 40% молекул водорода распались на атомы. Найти удельные теплоемкости C_p и C_v такого водорода.

160. Каковы удельные теплоемкости C_v и C_p смеси газов, содержащей кислород массой m_1 = 10 г и азот массой m_2 = 20 г?

161. Смесь газов состоит из двух молей одноатомного и трех молей двухатомного газа. Определить мольные теплоемкости C_p и C_v смеси.

162. Найти отношение C_P/C_V для смеси газов, состоящей из гелия массой m_1 = 10 г и водорода массой m_2 = 4 г.

163. Определить удельные теплоемкости Cp и Cv смеси газов, содержащей гелий массой m_1 = 10 г и водород m_2 = 10 г.

164. Молекулы двухатомного газа при некоторых условиях частично распадаются на отдельные атомы. Определить, сколько процентов молекул распалось, если отношение теплоемкостей такого газа $\gamma = C_p / C_v$ = 1,5.

165. Вычислить мольные и удельные теплоемкости газа, если относительная молекулярная масса его M = 30, а отношение теплоемкостей γ =1,4.

166. Определить мольные теплоемкости C_v и C_p смеси кислорода массой m_1 = 5 г и азота массой m_2 = 2 г.

167. Определить среднее число соударений <z> в секунду молекулы водорода при температуре T = 300 К и давлении $p = 10^{-3}$ мм рт. ст.

168. Средняя длина свободного пробега молекул кислорода при нормальных условиях $\langle l \rangle = 10^{-5}$ см. Вычислить среднюю арифметическую скорость $<\upsilon>$ молекул и среднее число соударений <z> молекулы в секунду.

169. Найти диаметр d молекул водорода, если для водорода при нормальных условиях длина свободного пробега молекул $\langle l \rangle = 112\,нм$.

170. Определить среднюю длину свободного пробега $<l>$ молекул водорода при температуре T = 300 К и давлении p = 40 мкПа.

171. Баллон емкостью V=10 л содержит азот массой m = 1 г. Определить среднюю длину свободного пробега молекул.

172. Определить плотность ρ водорода, если средняя длина свободного пробега его молекул $<l>$ = 0,1 см.

173. Баллон емкостью V = 5 л содержит водород массой m = 1 г. Опреде-

лить среднее число соударений <z> молекулы в секунду.

174. Определить среднюю длину свободного пробега <*l*> и среднее число столкновений <z> молекулы гелия при температуре T = 400 К и давлении p = 1 Па.

175. В цилиндре под поршнем находится водород массой m=0,02 кг при температуре T = 300 К. Водород сначала расширился адиабатически, увеличив свой объем в 5 раз, а затем был сжат изотермически, причем объем газа уменьшился в 5 раз. Найти температуру T_2 в конце адиабатического расширения и полную работу A, совершенную газом. Изобразить процесс графически.

176. При изотермическом расширении водорода массой m = 1 г объем газа V увеличился в 2 раза. Определить работу A расширения, совершенную газом, если температура газа T = 300 К. Определить теплоту Q, переданную при этом газу.

177. При адиабатическом сжатии кислорода массой m = 1 кг совершена работа A = 100 кДж. Какова конечная температура T_2 газа, если до сжатия кислород находился при температуре T_1 = 300 К?

178. Из баллона, содержащего водород под давлением p_1 = 1 МПа при температуре T_1 = 290 К, выпустили половину находившегося в нем газа. Считая процесс адиабатическим, определить конечные температуру T_2 и давление p_2.

179. Воздух, находившийся под давлением p_1 = 0,1 МПа, был адиабатически сжат до давления p_2 = 1 МПа. Каково будет давление p_3, когда сжатый воздух, сохраняя объем неизменным, охладится до первичной температуры?

180. При изотермическом расширении одного моля водорода, имевшего температуру T = 300 К, затрачена теплота Q = 2 кДж. Во сколько раз увеличился объем газа?

181. В цилиндре под поршнем находится азот массой m = 20 г. Газ был нагрет от температуры T_1 = 300 К до температуры T_2 = 450 К при постоянном давлении. Определить теплоту Q, переданную газу, совершенную газом работу A и приращение ΔU внутренней энергии.

182. Кислород массой m = 2 кг занимает объем V_1 = 1 м^3 и находится под давлением p_l = 0,2 МПа. При нагревании газ расширился при постоянном давлении до объема V_2 = 3 м^3, а затем его давление возросло до p_2 = 0,5 МПа при неизменном объеме. Найти изменение внутренней энергии ΔU газа, совершенную им работу A и теплоту Q, переданную газу. Построить график процесса.

183. Газ совершает цикл Карно. Работа изотермического расширения газа A = 5 Дж. Определить работу изотермического сжатия, если термический КПД цикла η = 0,2.

184. Совершая цикл Карно, газ отдал охладителю теплоту $Q_2 = 4$ кДж. Работа цикла A = 1 кДж. Определить температуру нагревателя, если температура охладителя T = 300 К.

185. Газ совершает цикл Карно. Абсолютная температура охладителя T_2 = 290 К. Во сколько раз увеличится КПД цикла, если температура нагревателя повысится от T_1' = 400 К до T_1'' = 600 К?

186. Газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя T_1 =475 К, охладителя T_2 = 260 К. При изотермическом расширении газ совершил работу A = 100 Дж. Определить термический КПД цикла, а также теплоту Q_2, которую газ отдает охладителю при изотермическом сжатии.

187. Совершая цикл Карно, газ получил от нагревателя теплоту $Q_1 = 1кДж$ и совершил работу A = 200 Дж. Температура нагревателя $T_1 = 375К$. Определить температуру охладителя.

188. Газ, совершающий цикл Карно, получает от нагревателя теплоту Q = 42 кДж. Какую работу совершает газ, если абсолютная температура T_1 нагревателя в 3 раза выше, чем температура T_2 охладителя?

189. Совершая цикл Карно, газ отдал охладителю $^2/з$ теплоты, полученной от нагревателя. Определить температуру охладителя, если температура нагревателя T_1 = 425 К.

190. Газ совершает цикл Карно. Температура охладителя $T_2 = 273$К. Какова температура нагревателя, если за счет $4{,}2 \cdot 10^3$ Дж теплоты, полученной от нагревателя, газ совершает работу $A = 1{,}2$ кДж?

191. Кислород массой $m = 2$ кг занимает объем $V_1 = 1$ м^3 и находится под давлением $p_1 = 0{,}2$ МПа. Газ был нагрет сначала при постоянном давлении до объема $V_2 = 3$м^3, а затем при постоянном объеме до давления $p_2 = 0{,}5$ МПа. Найти: 1) изменение внутренней энергии ΔU газа; 2) совершенную им работу A; 3) количество теплоты Q, переданное газу. Построить график процесса.

192. Гелий массой $m = 1$ г был нагрет на $\Delta T = 100$ К при постоянном давлении p. Определить: 1) количество теплоты Q, переданное газу; 2) работу A расширения; 3) приращение ΔU внутренней энергии газа.

193. Какая доля w_1 количества теплоты Q_1, подводимого к идеальному газу при изобарном процессе, расходуется на увеличение ΔU внутренней энергии газа и какая доля w_2 – на работу A расширения? Рассмотреть три случая, если газ: 1) одноатомный; 2) двух атомный; 3) трехатомный.

194. Водяной пар расширяется при постоянном давлении. Определить работу A расширения, если пару передано количество теплоты $\Delta U = 4$ кДж.

195. Азот массой $m = 200$г расширяется изотермически при температуре $T = 280$К, причем объем газа увеличивается в 2 раза. Найти: 1) изменение ΔU внутренней энергии газа; 2) совершенную при расширении газа работу A; 3) количество теплоты Q, полученное газом.

196. В цилиндре под поршнем находится азот массой $m = 0{,}6$ кг, занимающий объем $V_1 = 1{,}2$ м^3 при температуре $T = 560$К. В результате подвода теплоты газ расширился и занял объем $V_1 = 4{,}2$ м^3, причем температура осталась неизменной. Найти: 1) изменение ΔU внутренней энергии газа; 2) совершенную им работу A; 3) количество теплоты Q, сообщенное газу.

197. Водород массой $m = 10$г нагрели на $\Delta T = 200$К, причем газу было передано количество теплоты $Q = 40$кДж. Найти изменение ΔU внутренней энергии газа и совершенную им работу A.

198. При изотермическом расширении водорода массой $m = 1$ г, имевшего температуру $T = 280$К, объем газа увеличился в 3 раза. Определить работу A расширения газа и полученное газом количество теплоты Q.

199. Азот, занимавший объем $V_1 = 10$л под давлением $p_1 = 0{,}2$ МПа, изотермически расширился до объема $V_2 = 28$л. Определить работу A расширения газа и количество теплоты Q, полученное газом.

200.При изотермическом расширении кислорода, содержавшего количество вещества $\nu = 1$моль и имевшего температуру $T = 300$ К, газу было передано количество теплоты $Q = 2$ кДж. Во сколько раз увеличился объем газа?

3. ЭЛЕКТРОСТАТИКА, ПОСТОЯННЫЙ ТОК

3.1. Основные формулы

Закон Кулона

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1Q_2}{\varepsilon r^2},$$

где F – сила взаимодействия двух точечных зарядов Q_1 и Q_2; r – расстояние между зарядами; ε – диэлектрическая проницаемость среды; ε_0 – электрическая постоянная:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi\cdot 9\cdot 10^9}\ \text{Ф/м} = 8{,}85\cdot 10^{-12}\ \text{Ф/м}$$

Закон сохранения заряда

$$\sum_{i=1}^{n} Q_i = \text{const},$$

где $\sum_{i=1}^{n} Q_i$ – алгебраическая сумма зарядов, входящих в изолированную систему; n – число зарядов.

Напряженность электрического поля

$$E = F/Q,$$

где F – сила, действующая на точечный положительный заряд E, помещенный в данную точку поля.

Сила, действующая на точечный заряд Q, помещенный в электрическое поле

$$F = QE.$$

Поток вектора напряженности E электрического поля:

а) через произвольную поверхность S, помещенную в неоднородное поле,

$$\Phi_E = \int_E E\cos\alpha dS, \text{ или } \Phi_E = \int_S E_n dS,$$

где α – угол между вектором напряженности E и нормалью n к элементу поверхности; dS – площадь элемента поверхности; E_n – проекция вектора напряженности на нормаль;

б) через плоскую поверхность, помещенную в однородное электрическое поле,

$$\Phi_E = ES\cos\alpha.$$

Поток вектора напряженности E через замкнутую поверхность

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS \,,$$

где интегрирование ведется по всей поверхности.

Теорема Остроградского — Гаусса. Поток вектора напряженности E через любую замкнутую поверхность, охватывающую заряды $Q_1, Q_2, \ldots, Q_n$,

$$\Phi_E = \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon} \sum_{i=1}^{n} Q_i \,,$$

где $\sum\limits_{i=1}^{n} Q_i$ – алгебраическая сумма зарядов, заключенных внутри замкнутой поверхности; n – число зарядов.

Напряженность электрического поля, создаваемого точечным зарядом Q на расстоянии r от заряда,

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{\varepsilon r^2} \,.$$

Напряженность электрического поля, создаваемого металлической сферой радиусом R, несущей заряд Q, на расстоянии r от центра сферы:

а) внутри сферы $(r < R)$

$$E = 0;$$

б) на поверхности сферы $(r = R)$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{\varepsilon R^2};$$

в) вне сферы $(r > R)$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{\varepsilon r^2} \,.$$

Принцип суперпозиции (наложения) электрических полей: напряженность $\overline{E}$ результирующего поля, созданного двумя (и более) точечными зарядами, равна векторной (геометрической) сумме напряженностей складываемых полей:

$$\overline{E} = \overline{E}_1 + \overline{E}_2 + \ldots + \overline{E}_n \,.$$

В случае двух электрических полей с напряженностями $\overline{E}_1$ и $\overline{E}_2$ модуль вектора напряженности

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \cos\alpha} \,,$$

где α — угол между векторами $\overline{E}_1$ и $\overline{E}_2$.

Напряженность поля, создаваемого бесконечно длинной равномерно заряженной нитью (или цилиндром) на расстоянии r от ее оси,

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\tau}{\varepsilon r},$$

где τ — линейная плотность заряда.

Линейная плотность заряда есть величина, равная отношению заряда, распределенного по нити, к длине нити (цилиндра):

$$\tau = \frac{\Delta Q}{\Delta l}.$$

Напряженность поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью

$$E = \frac{1}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon},$$

где σ — поверхностная плотность заряда.

Поверхностная плотность заряда есть величина, равная отношению заряда, распределенного по поверхности, к площади этой поверхности:

$$\sigma = \frac{\Delta Q}{\Delta S}.$$

Напряженность поля, создаваемого двумя параллельными бесконечными равномерно и разноименно заряженными плоскостями, с одинаковой по модулю поверхностной плотностью σ заряда (поле плоского конденсатора)

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}.$$

Приведенная формула справедлива для вычисления напряженности поля между пластинами плоского конденсатора (в средней части его) только в том случае, если расстояние между пластинами много меньше линейных размеров пластин конденсатора.

Электрическое смещение $\overline{D}$ связано с напряженностью $\overline{E}$ электрического поля соотношением

$$\overline{D} = \varepsilon_0\varepsilon\overline{E}.$$

Это соотношение справедливо только для изотропных диэлектриков.

Поток вектора электрического смещения выражается аналогично потоку вектора напряженности электрического поля:

а) в случае однородного поля поток сквозь плоскую поверхность

$$\Delta\Psi = D\Delta S\cos\alpha;$$

б) в случае неоднородного поля и произвольной поверхности

$$\Delta\Psi = \int D_n\,dS;$$

где D_n — проекция вектора $\overline{D}$ на направление нормали к элементу поверхности, площадь которой равна dS.

Теорема Остроградского — Гаусса. Поток вектора электрического смещения сквозь любую замкнутую поверхность, охватывающую заряды $Q_1, Q_2, \ldots, Q_n$,

$$\Psi = \sum_{i=1}^{n} Q_i ,$$

где n — число зарядов (со своим знаком), заключенных внутри замкнутой поверхности.

Циркуляция вектора напряженности электрического поля есть величина, численно равная работе по перемещению единичного точечного положительного заряда вдоль замкнутого контура. Циркуляция выражается интегралом по замкнутому контуру $\oint E_l dl$, где E_l – проекция вектора напряженности $\overline{E}$ в данной точке контура на направление касательной к контуру в той же точке.

В случае электростатического поля циркуляция вектора напряженности равна нулю:

$$\oint_l E_l dt = 0 .$$

Потенциал электрического поля равен потенциальной энергии точечного положительного заряда, помещенного в данную точку поля:

$$\varphi = \Pi / Q ,$$

или потенциал электрического поля равен работе сил поля по перемещению точечного положительного заряда из данной точки поля в бесконечность:

$$\varphi = A / Q .$$

Потенциал электрического поля в бесконечности условно принят равным нулю.

Отметим, что при перемещении заряда в электрическом поле работа $A_{\text{в.с}}$ внешних сил равна по модулю работе $A_{\text{с.п}}$ сил поля и противоположна ей по знаку:

$$A_{\text{в.с}} = -A_{\text{с.п}}$$

Потенциал электрического поля, создаваемый точечным зарядом Q на расстоянии r от заряда

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r} .$$

Потенциал электрического поля, создаваемого металлической, несущей заряд сферой радиусом, на расстоянии от центра сферы:

внутри сферы $(r < R)$

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R};$$

на поверхности сферы $(r = R)$

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R};$$

вне сферы $(r > R)$

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R}.$$

Во всех приведенных для потенциала заряженной сферы формулах ε есть диэлектрическая проницаемость однородного безграничного диэлектрика, окружающего сферу.

Потенциал электрического поля, созданного системой n точечных зарядов, в данной точке в соответствии с принципом суперпозиции электрических полей равен алгебраической сумме потенциалов φ_1, $\varphi_2, ..., \varphi_n$, создаваемых отдельными точечными зарядами $Q_1, Q_2, ..., Q_n$:

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i .$$

Энергия W взаимодействия системы точечных зарядов Q_1, $Q_2, \ldots$, Q_n определяется работой, которую эта система зарядов может совершить при удалении их относительно друг друга в бесконечность, и выражается формулой

$$W = \tfrac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} Q_i \varphi_i ,$$

где φ_i – потенциал поля, создаваемого всеми $n-1$ зарядами (за исключением 1-го) в точке, где расположен заряд Q_i.

Потенциал связан с напряженностью электрического поля соотношением

$$E = -\mathrm{grad}\varphi .$$

В случае электрического поля, обладающего сферической симметрией, эта связь выражается формулой

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}\frac{1}{r}$$

или в скалярной форме

$$E = -\frac{d\varphi}{dr},$$

а в случае однородного поля, т. е. поля, напряженность которого в каждой точке его одинакова как по модулю, так и по направлению,

$$E = (\varphi_1 - \varphi_2)/d,$$

где φ_1 и φ_2 – потенциалы точек двух эквипотенциальных поверхностей; d – расстояние между этими поверхностями вдоль электрической силовой линии.

Работа, совершаемая электрическим полем при перемещении точечного заряда Q из одной точки поля, имеющей потенциал φ_1, в другую, имеющую потенциал φ_2

$$A = Q(\varphi_1 - \varphi_2), \text{ или } A = Q\int_L E_l dl,$$

где E_i – проекция вектора напряженности $\bar{E}$ на направление перемещения; dl – перемещение.

В случае однородного поля последняя формула принимает вид

$$A = QEl\cos\alpha,$$

где l – перемещение; α – угол между направлениями вектора $\bar{E}$ и перемещения $\bar{l}$.

Диполь есть система двух точечных электрических зарядов, равных по размеру и противоположных по знаку, расстояние между которыми значительно меньше расстояния от центра диполя до точек наблюдения.

Вектор $\bar{l}$, проведенный от отрицательного заряда диполя к его положительному заряду, называется плечом диполя.

Произведение заряда $|Q|$ диполя на его плечо $\bar{l}$ называется электрическим моментом диполя:

$$P = |Q|\bar{l}.$$

Напряженность поля диполя

$$E = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^3}\sqrt{1+3\cos^2\alpha},$$

где p – электрический момент диполя; r – модуль радиуса-вектора, проведенного от центра диполя к точке, напряженность поля в которой нас интересует; α – угол между радиусом-вектором и плечом диполя.

Напряженность поля диполя в точке, лежащей на оси диполя $(\alpha = 0)$,

$$E = \frac{p}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r^3},$$

и в точке, лежащей на перпендикуляре к плечу диполя, восстановленном из его середины ($\alpha = \pi/2$),

$$E = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^3}.$$

Потенциал поля диполя

$$\varphi = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}\cos\alpha.$$

Потенциал поля диполя в точке, лежащей на оси диполя ($\alpha = 0$),

$$\varphi = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2},$$

и в точке, лежащей на перпендикуляре к плечу диполя, восстановленном из его середины ($\alpha = \pi/2$),

$$\varphi = 0.$$

Механический момент, действующий на диполь с электрическим моментом $\overline{P}$, помещенный в однородное электрическое поле с напряженностью $\overline{\mathrm{E}}$,

$$\overline{\mathrm{M}} = [\overline{\mathrm{P}}\overline{\mathrm{E}}], \text{ или, } M = pE\sin\alpha,$$

где α – угол между направлениями векторов ρ и E.

Электрическая емкость уединенного проводника или конденсатора

$$C = \Delta Q/\Delta\varphi,$$

где ΔQ – заряд, сообщенный проводнику (конденсатору); $\Delta\varphi$ – изменение потенциала, вызванное зарядом.

Электрическая емкость уединенной проводящей сферы радиусом R, находящейся в бесконечной среде с диэлектрической проницаемостью ε,

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R.$$

Если сфера полая и заполнена диэлектриком, то электроемкость ее от этого не изменяется.

Электрическая емкость плоского конденсатора

$$C = \varepsilon\varepsilon_0 S/d,$$

где S – площадь пластин (каждой пластины); d – расстояние между ними; ε – диэлектрическая проницаемость диэлектрика, заполняющего пространство между пластинами.

Электрическая емкость плоского конденсатора, заполненного n слоями диэлектриком толщиной d_i каждый с диэлектрическими проницаемостями ε_i (слоистый конденсатор),

$$C = \frac{S}{d_1/\varepsilon_1 + d_2/\varepsilon_2 + \ldots + d_n/\varepsilon_n}.$$

Электрическая емкость сферического конденсатора (две концентрические сферы радиусами R_1 и R_2, пространство между которыми заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью)

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_1 R_2 / (R_2 - R_1).$$

Электрическая емкость цилиндрического конденсатора (два коаксиальных цилиндра длиной l и радиусами R_1 и R_2, пространство между которыми заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε)

$$C = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l}{\ln(R_2/R_1)}.$$

Электрическая емкость C последовательно соединенных конденсаторов:
в общем случае

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n},$$

где n – число конденсаторов;
в случае двух конденсаторов

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2};$$

в случае n одинаковых конденсаторов с электроемкостью C_1 каждый
$C = C_1/n$.

Электрическая емкость параллельно соединенных конденсаторов:
в общем случае

$$C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n;$$

в случае двух конденсаторов

$$C = C_1 + C_2;$$

в случае n одинаковых конденсаторов с электроемкостью C_1 каждый

$$C = nC_1$$

Энергия заряженного проводника выражается через заряд Q, потенциал φ и электрическую емкость C проводника следующими соотношениями:

$$W = \frac{1}{2}C\varphi^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}Q\varphi.$$

Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}QU,$$

где C – электрическая емкость конденсатора; U – разность потенциалов на его пластинах.

Объемная плотность энергии (энергия электрического поля, приходящаяся на единицу объема)

$$w = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon E^2 = \frac{1}{2}ED,$$

где E – напряженность электрического поля в среде с диэлектрической проницаемостью ε; D – электрическое смещение.

Сила постоянного тока

$$I = Q/t,$$

где Q – количество электричества, прошедшее через поперечное сечение проводника за время t.

Плотность электрического тока есть векторная величина, равная отношению силы тока к площади S поперечного сечения проводника;

$$\bar{j} = \frac{I}{S}\bar{k},$$

где k – единичный вектор, по направлению совпадающий с направлением движения положительных носителей заряда.

Сопротивление однородного проводника

$$R = \rho l/S,$$

где ρ – удельное сопротивление вещества проводника; l – его длина.

Проводимость G проводника и удельная проводимость γ вещества

$$G = 1/R, \ \gamma = 1/\rho.$$

Зависимость удельного сопротивления от температуры

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t),$$

где ρ и ρ_0 – удельные сопротивления соответственно при t и $0°C$; t – температура (по шкале Цельсия); α – температурный коэффициент сопротивления.

Сопротивление соединения проводников:

последовательного $$R = \sum_{i=1}^{n} R_i;$$

параллельного

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}.$$

Здесь R_i – сопротивление i-го проводника; n – число проводников.

Закон Ома:

для неоднородного участка цепи

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm \mathrm{E}_{12}}{R} = \frac{U}{R};$$

для однородного участка цепи

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{R} = \frac{U}{R};$$

для замкнутой цепи

$$(\varphi_1 = \varphi_2)\ I = \mathrm{E}/R.$$

Здесь $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – разность потенциалов на концах участка цепи; E_{12} – ЭДС источников тока, входящих в участок; U – напряжение на участке цепи; R – сопротивление цепи (участка цепи); E – ЭДС всех источников тока цепи.

Правила Кирхгофа. Первое правило: алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле, равна нулю, т. е.

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0,$$

где n – число токов, сходящихся в узле.

Второе правило: в замкнутом контуре алгебраическая сумма напряжений на всех участках контура равна алгебраической сумме электродвижущих сил, т. е.

$$\sum_{i=1}^{n} I_i R_i = \sum_{i=1}^{k} \mathrm{E}_i,$$

где I_i – сила тока на i-м участке; R_i – активное сопротивление на 1-м участке; E_i – ЭДС источников тока на i-м участке; i – число участков, содержащих активное сопротивление; k – число участков, содержащих источники тока.

Работа, совершаемая электростатическим полем и сторонними силами в участке цепи постоянного тока за время t,

$$A = IUt.$$

Мощность тока

$$P = IU.$$

Закон Джоуля — Ленца

$$Q = I^2 Rt,$$

где Q – количество теплоты, выделяющееся в участке цепи за время t.

Закон Джоуля — Ленца справедлив при условии, что участок цепи неподвижен и в нем не совершаются химические превращения.

Плотность тока $\bar{j}$, средняя скорость $\langle \bar{v} \rangle$ упорядоченного движения носителей заряда и их концентрация n связаны соотношением

$$\bar{j} = en\langle \bar{v} \rangle,$$

где e – элементарный заряд.

Закон Ома в дифференциальной форме

$$\bar{j} = \gamma \bar{E},$$

где γ – удельная проводимость проводника; E – напряженность электрического поля.

Закон Джоуля — Ленца в дифференциальной форме

$$w = \gamma E^2,$$

где w – объемная плотность тепловой мощности.

Удельная электрическая проводимость

$$\gamma = \frac{1}{2} e^2 n \langle l \rangle / (m u),$$

где e и m – заряд и масса электрона; n – концентрация электронов; $\langle l \rangle$ - средняя длина их свободного пробега; u – средняя скорость хаотического движения электронов.

3.2. Примеры решения задач

Пример 1. Три одинаковых положительных заряда, $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 1$ нКл, расположены в вершинах равностороннего треугольника. Какой заряд Q_4 нужно поместить в центре треугольника, чтобы указанная система зарядов находилась в равновесии?

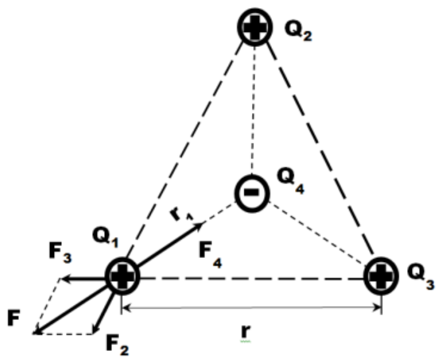


Рис. 10

Решение. Все три заряда, расположенных по вершинам треугольника, находятся в одинаковых условиях. Поэтому достаточно выяснить, какой заряд следует поместить в центре треугольника, чтобы какой-нибудь один из трех зарядов, например Q_1, находился в равновесии. Заряд Q_1 будет находиться в равновесии, если векторная сумма действующих на него сил равна нулю (рис. 10):

$$\sum_{i=2}^{4} \vec{F}_i = \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F} + \vec{F}_4 = 0, \quad (1)$$

где $\vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ — силы, с которыми соответственно действуют на заряд Q_1 заряды Q_2, Q_3, Q_4; $\vec{F}$ — равнодействующая сил $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$.

Так как силы $\vec{F}$ и $\vec{F}_4$ направлены по одной прямой в противоположные стороны, то векторное равенство (1) можно заменить скалярным равенством

$$F - F_4 = 0,$$

откуда

$$F = F_4.$$

Выразив в последнем равенстве F через F_2 и F_3 и учитывая, что $F_3 = F_2$, получим

$$F_4 = F_2\sqrt{2(1+\cos\alpha)}.$$

Применяя закон Кулона и имея в виду, что $Q_2 = Q_3 = Q_1$, найдем

$$\frac{Q_1Q_4}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_1^2} = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}\sqrt{2(1+\cos\alpha)};$$

откуда

$$Q_4 = \frac{Q_1 r_1^2}{r^2}\sqrt{2(1+\cos\alpha)}. \qquad (2)$$

Из геометрических построений в равностороннем треугольнике следует, что

$$r_1 = \frac{r/2}{\cos 30^\circ} = \frac{r}{2\cos 30^\circ}.$$

$$\cos\alpha = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}.$$

учетом этого формула (2) примет вид

$$Q_4 = \frac{Q_1}{\sqrt{3}}.$$

Подставив сюда числовое значение $Q_1 = 1$ нКл=10^{-9} Кл, получим

$$Q_4 = \frac{10^{-9}}{\sqrt{3}}\text{Кл} = 5{,}77\cdot 10^{-10}\text{Кл} = 577 \text{ пКл}.$$

Следует отметить, что равновесие системы зарядов будет неустойчивым

Пример 2. Тонкий стержень длиной l = 20 см несет равномерно распределенный заряд. На продолжении оси стержня на расстоянии a = 10 см от ближайшего конца находится точечный заряд Q_1 = 40 нКл, который взаимодействует со стержнем с силой F = 6 мкН. Определить линейную плоскость τ заряда на стержне.

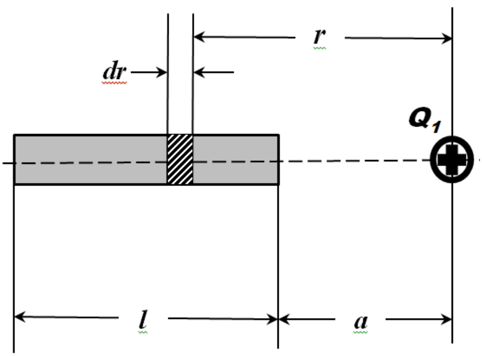


Рис. 11

Решение. Сила взаимодействия F заряженного стержня с точечным зарядом Q_1 зависит от линейной плотности τ заряда на стержне. Зная эту зависимость, можно определить τ. При вычислении силы F следует иметь в виду, что заряд на стержне не является точечным, поэтому закон Кулона непосредственно применить нельзя. В этом случае можно поступить следующим образом. Выделить на стержне (рис.11) дифференциально малый участок dr с зарядом $dQ = \tau dr$. Этот заряд можно рассматривать как точечный. Тогда согласно закону Кулона

$$dF = \frac{Q_1 \tau dr}{4\pi\varepsilon_0 r^2}.$$

Интегрируя это выражение в пределах от a до $a + l$, получим

$$F = \frac{Q_1\tau}{4\pi\varepsilon_0}\int_a^{a+l}\frac{dr}{r^2} = \frac{Q_1\tau}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{a+l}\right) = \frac{Q_1\tau l}{4\pi\varepsilon_0 a(a+l)},$$

откуда интересующая нас линейная плотность заряда

$$\tau = \frac{4\pi\varepsilon_0 a(a+1)F}{Q_1 l}.$$

Выразим все величины в единицах СИ: Q_1 =40 нКл= $4\cdot10^{-8}$ Кл;

$F = 6\,\text{мкН} = 6\cdot10^{-6}\,\text{Н}$; l = 0,2 м; a = 0,1 м; $4\pi\varepsilon_0 = \dfrac{1}{9\cdot10^9}$ Ф/м.

Подставим числовые значения в полученную формулу и произведем вычисления: $\tau = \dfrac{0{,}1(0{,}1+0{,}2)\cdot6\cdot10^{-6}}{9\cdot10^9\cdot4\cdot10^{-8}\cdot0{,}2}$ Кл/м $= 2{,}5\cdot10^{-9}$ Кл/м $= 2{,}5$ нКл/м.

Пример 3. Два точечных электрических заряда Q_1 = *1* нКл и $Q_1 = -2$ нКл находятся в воздухе на расстоянии d = 10 см друг от друга. Определить напряженность E и потенциал φ поля, создаваемого этими зарядами в точке A, удаленной от заряда Q_1 на расстояние r_1 = 9 см и от заряда Q_2 на r_2 = 7 см.

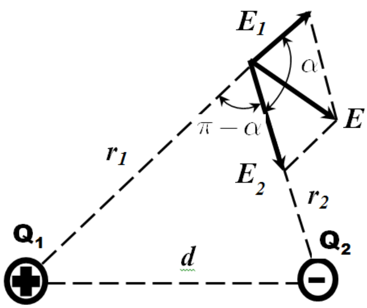


Рис. 12

Решение. Согласно принципу суперпозиции электрических полей каждый заряд создает поле независимо от присутствия в пространстве других зарядов. Поэтому напряженность $\vec{E}$ электрического поля в искомой точке может быть найдена как геометрическая сумма, напряженностей $\vec{E}_1$ и

$\vec{E}_2$ полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

Напряженность электрического поля, создаваемого в воздухе ($\varepsilon = 1$) первым зарядом,

$$E_1 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2}; \tag{1}$$

вторым зарядом

$$E_2 = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}. \tag{2}$$

Вектор E_1 (рис. 12) направлен по силовой линии от заряда Q_1, так как заряд Q_1 положителен; вектор $\vec{E}_2$ направлен также по силовой линии, но к заряду Q_2, так как заряд Q_2 отрицателен.

Абсолютное значение вектора $\vec{E}$ найдем по теореме косинусов:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos a}, \tag{3}$$

где α — угол между векторами E_1 и E_2, который может быть найден из треугольника со сторонами r_1 r_2 и d:

$$\cos a = \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2}.$$

В данном случае во избежание громоздких записей удобно значение $\cos a$ вычислить отдельно:

$$\cos a = \frac{(0{,}1)^2 - (0{,}09)^2 - (0.07)^2}{2 \cdot 0{,}09 \cdot 0{,}07} = -0{,}238.$$

Подставляя выражения E_1 из формулы (1) и E_2 из формулы (2) в равенство (3) и вынося общий множитель $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ за знак корня, получим

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4} + \frac{Q_2^2}{r_2^4} + 2\frac{Q_1Q_2}{r_1^2r_2^2}\cos a.} \tag{4}$$

Подставив числовые значения величин в формулу (4), получим:

$$E = 3{,}58 \cdot 10^3 \text{ В/м} = 3{,}58 \text{кВ/м}$$

При вычислении E знак заряда Q_2 опущен, так как знак заряда определяет направление вектора напряженности, а направление E_2 было учтено при его графическом изображении (см. рис. 12).

В соответствии с принципом суперпозиции электрических полей потенциал φ результирующего поля, созданного двумя зарядами Q_1 и Q_2. равен алгебраической сумме потенциалов, т. е.

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 \,. \qquad (5)$$

Потенциал электрического поля, создаваемого в вакууме точечным зарядом Q на расстоянии r от него, выражается формулой

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad (6)$$

В нашем случае согласно формулам (5) и (6) получим

$$\varphi = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2}.$$

или

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2}\right).$$

Подставив в это выражение числовые значения физических величин, получим

$$\varphi = \frac{1}{4\pi \dfrac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}}\left(\frac{10^{-9}}{0{,}09} + \frac{-2\cdot 10^{-9}}{0{,}07}\right)\text{В} = -157\,\text{В}$$

Пример 4. Точечный заряд Q = *25* нКл находится в поле, созданном прямым бесконечным цилиндром радиусом R = *1* см, равномерно заряженным с поверхностной плотностью σ = 0,2 нКл/см^2. Определить силу F, действующую на заряд, если его расстояние от оси цилиндра равно 10 см.

Решение. Численное значение силы F, действующей на точечный заряд Q, находящийся в поле, определяется по формуле

$$F = QE, \qquad (1)$$

где E — напряженность поля.

Как известно, напряженность поля бесконечно длинного равномерно заряженного цилиндра

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}, \qquad (2)$$

где τ — линейная плотность заряда.

Выразим линейную плотность τ через поверхностную плотность σ. Для этого выделим элемент цилиндра длиной l и выразим находящийся на нем заряд Q двумя способами:

$$Q = \sigma S = \sigma 2\pi R l;$$

$$Q = \tau l.$$

Приравняв правые части этих равенств, получим

$$\tau l = 2\pi R\sigma l.$$

После сокращения на l найдем

$$\tau = 2\pi R\sigma. .$$

С учетом этого формула (2) примет вид

$$E = \frac{R\sigma}{\varepsilon_0 r}.$$

Подставив это выражение в (1), получим искомую силу F:

$$F = \frac{Q\sigma R}{\varepsilon_0 r}. \quad (3)$$

Выпишем в единицах СИ числовые значения величин Q, σ и ε_0:

Q = 25 нКл = $2{,}5 \cdot 10^{-8}$ Кл; σ = 0,2 нКл/см^2 = $2 \cdot 10^{-6}$ Кл/м^2;

$$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ Ф/м.$$

Так как R и r входят в формулу в виде отношения, то они могут быть выражены в любых, но только одинаковых единицах.
Подставим в (3) числовые значения величин:

$$F = \frac{2{,}5 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 1}{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 10} Н = 5{,}65 \cdot 10^{-4} Н = 565 мкН.$$

Направление силы $\vec{F}$ совпадает с направлением напряженности $\vec{E}$, а последняя в силу симметрии (цилиндр бесконечно длинный) направлена перпендикулярно поверхности цилиндра.

Пример 5. На пластинах плоского конденсатора находится заряд $Q = 10$ нКл. Площадь S каждой пластины конденсатора равна 100 см^2, диэлектрик — воздух. Определить силу F, с которой притягиваются пластины. Поле между пластинами считать однородным.

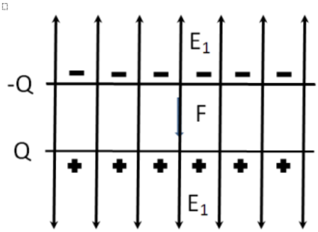


Рис.13

Решение. Заряд Q одной пластины находится в поле, созданном зарядом другой пластины конденсатора. Следовательно, на первый заряд действует сила (рис. 13)

$$F = QE_1, \quad (1)$$

где E_1 — напряженность поля, создаваемого зарядом одной пластины. Но

$$E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{Q}{2\varepsilon_0 S}, \quad (2)$$

где σ — поверхностная плотность заряда пластины. Формула (1) с учетом выражения (2) примет вид

$$F = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}.$$

Подставив числовые значения величин в формулу (3), получим

$$F = \frac{10^{-16}}{2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-2}} \text{ Н} = 5{,}65 \cdot 10^{-4} \text{ Н}.$$

Пример 6. Электрическое поле создано длинным цилиндром радиусом $R = 1$ см, равномерно заряженным с линейной плотностью $\tau = 20 \text{нКл/м}$. Определить разность потенциалов двух точек этого поля, находящихся на расстоянии $a_1 = 0{,}5$ см и $a_2 = 2$ см от поверхности цилиндра, в средней его части.

Решение. Для определения разности потенциалов воспользуемся соотношением между напряженностью поля и изменением потенциала

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi.$$

Для поля с осевой симметрией, каким является поле цилиндра, это соотношение можно записать в виде

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}, \text{или } d\varphi = -Edr.$$

Интегрируя это выражение, найдем разность потенциалов двух точек, отстоящих на расстояниях r_1 и r_2 от оси цилиндра:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\int_{r_1}^{r_2} Edr. \qquad (1)$$

Так как цилиндр длинный и точки взяты вблизи его средней части, то для выражения напряженности поля можно воспользоваться формулой напряженности поля, создаваемого бесконечно длинным цилиндром:

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}.$$

Подставив это выражение E в (1), получим

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1}.$$

или

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1} \qquad (2)$$

Подставим числовые значения в (2):

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 2 \cdot 10^{-8} \cdot 1{,}8 \cdot 10^{10} \ln\frac{3}{1{,}5} = 3{,}6 \cdot 10^{2} \cdot 2{,}3 \cdot \lg 2 \text{ В} = 250\text{В}$$

Пример 7. Определить ускоряющую разность потенциалов *U*, которую должен пройти в электрическом поле электрон, обладающий скоростью $\upsilon_1 = 10^6\ м/с$, чтобы скорость его возросла в $n = 2$ раза.

Решение. Ускоряющую разность потенциалов можно найти, вычислив работу *A* сил электростатического поля. Эта работа определяется произведением заряда электрона е на разность потенциалов *U*:

$$A = eU. \tag{1}$$

Работа сил электростатического поля в данном случае равна изменению кинетической энергии электрона:

$$A = T_2 - T_1 = \frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{m\upsilon_1^2}{2}, \tag{2}$$

где T_1 и T_2 — кинетические энергии электрона до и после прохождения ускоряющего поля; m — масса электрона; υ_1 и υ_2 — начальная и конечная скорости его.

Приравняв правые части равенств (1) и (2), получим

$$eU = \frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{m\upsilon_1^2}{2}$$

или

$$eU = \frac{mn^2\upsilon^2}{2} - \frac{m\upsilon_1^2}{2},$$

где $n = \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}$.

Отсюда искомая разность потенциалов

$$U = \frac{m\upsilon_1^2}{2e}(n^2 - 1). \tag{3}$$

Подставим числовые значения физических величин и выполним вычисления:

$$U = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot \left(10^6\right)^2}{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}\left(2^2 - 1\right)В = 8{,}53В$$

Пример 8. Конденсатор емкостью C_1 = 3 мкФ был заряжен до разности потенциалов U_1 = 40 В. После отключения от источника тока конденсатор был соединен параллельно с другим незаряженным конденсатором емкостью C_2 = 5 мкФ. Какая энергия *W* израсходуется на образование искры в момент присоединения второго конденсатора?

Решение. Энергия W', израсходованная на образование искры,

$$W' = W_1 - W_2, \qquad (1)$$

где W_1 — энергия, которой обладал первый конденсатор до присоединения к нему второго конденсатора; W_2 — энергия, которую имеет батарея, составленная из первого и второго конденсаторов.

Энергия заряженного конденсатора определяется по формуле

$$W = \frac{CU^2}{2}, \qquad (2)$$

где C – емкость конденсатора или батареи конденсаторов; U – разность потенциалов на обкладках конденсаторов.

Выразив в формуле (1) энергии W_1 и W_2 по формуле (2) и принимая во внимание, что общая емкость параллельно соединенных конденсаторов равна сумме емкостей отдельных конденсаторов, получим

$$W' = \frac{C_1U_1^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2)U_2^2}{2}, \qquad (3)$$

где C_1 и C_2 — емкости первого и второго конденсаторов; U_1 — разность потенциалов, до которой был заряжен первый конденсатор; U_2 — разность потенциалов на зажимах батареи конденсаторов.

Учитывая, что заряд после присоединения второго конденсатора остался прежний, выразим разность потенциалов U_2 следующим образом:

$$U_2 = \frac{Q}{C_1 + C_2} = \frac{C_1U_1}{C_1 + C_2}.$$

Подставив выражение U_2 в формулу, получим

$$W' = \frac{C_1U_1^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2)C_1^2U_1^2}{2(C_1 + C_2)^2}.$$

После простых преобразований найдем

$$W' = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}U_1^2.$$

В полученное выражение подставим числовые значения и вычислим W'.

$$W' = \frac{1}{2} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-6} + 5 \cdot 10^{-6}} \cdot 1600\text{Дж} = 1{,}5\,\text{мДж}.$$

Пример 9. Потенциометр с сопротивлением r = 100 Ом подключен к батарее, ЭДС которой ε = 150 В и внутреннее сопротивление $r_i = 50\,\text{Ом}$. Определить показание вольтметра с сопротивлением $r_в = 500\,\text{Ом}$, соединенного с одной из клемм потенциометра и подвижным контактом, установленным посередине потенциометра. Какова разность потенциалов между теми же точками потенциометра при отключении вольтметра?

Решение. Показание U_1 вольтметра, подключенного к точкам *A* и *B* (рис. 14), определяется по формуле

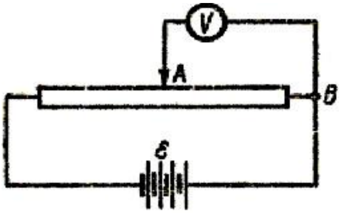


Рис.14

$$U_1 = I_1 r_1, \qquad (1)$$

где I_1 — сила тока в неразветвленной части цепи; r_1 — сопротивление параллельно соединенных вольтметра и половины потенциометра. Силу тока I_1 найдем по закону Ома для всей цепи

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{r_в + r_i}, \qquad (2)$$

где $r_в$ – сопротивление внешней цепи.

Внешнее сопротивление $r_в$ есть сумма двух сопротивлений:

$$r_в = \frac{r}{2} + r_1. \qquad (3)$$

Сопротивление r_1 параллельного соединения может быть найдено по формуле

$$\frac{1}{r_1} = \frac{1}{r_в} + \frac{1}{r/2},$$

откуда

$$r_1 = \frac{r r_в}{r + 2r_в}$$

Подставив числовые значения, найдем

$$r_1 = \frac{100 \cdot 500}{100 + 2 \cdot 500}\,\text{Ом} = 45{,}5\,\text{Ом}$$

Подставив в выражение (2) правую часть равенства (3), определим силу тока:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{\frac{r}{2} + r_1 + r_i} = \frac{150}{50 + 45{,}5 + 50}\,\text{А} = 1{,}03\,\text{А}\,.$$

Если подставить значение I_1 и r_1 в формулу (1), то можно определить показание вольтметра:

$$U_1 = 1{,}03 \cdot 45{,}5\,\text{В}.$$

Разность потенциалов между точками *A* и *B* при отключенном вольтметре равна произведению силы тока I_2 на половину сопротивления потенциометра, т. е.

$$U_2 = I_2 \frac{r}{2}, \text{или} \quad U_2 = \frac{\varepsilon}{r + r_i}\frac{r}{2}.$$

Подставляя сюда числовые значения, получим

$$U_2 = \frac{150}{100+50} \cdot \frac{100}{2} \text{ В} = 50 \text{ В}.$$

Пример 10. Сила тока в проводнике сопротивлением r = 20 Ом нарастает в течение времени Δt = 2 с по линейному закону от I_0 = 0 до $I = 6$ А (рис. 15). Определить теплоту Q_1, выделившуюся в этом проводнике за первую и Q_2 — за вторую секунды, а также найти отношение $\frac{Q_2}{Q_1}$

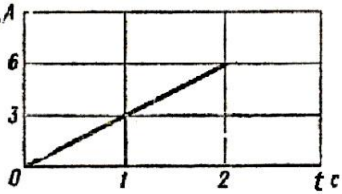


Рис. 15

Решение. Закон Джоуля—Ленца в виде $Q = I^2rt$ справедлив для случая постоянного тока (I = const). Если же сила тока в проводнике изменяется, то указанный закон справедлив для бесконечно малого промежутка времени и записывается в виде

$$dQ = I^2rdt. \qquad (1)$$

Здесь сила тока I является некоторой функцией времени. В нашем случае

$$I = kt, \qquad (2)$$

где k — коэффициент пропорциональности, численно равный приращению силы тока в единицу времени, т. е.

$$k = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{6}{2} \text{ А/с}.$$

С учетом (2) формула (1) примет вид

$$dQ = k^2rtdt. \qquad (3)$$

Для определения теплоты, выделившейся за конечный промежуток времени Δt, выражение (3) надо проинтегрировать в пределах от t_1 до t_2:

$$Q = k^2t\int_{t_1}^{t_2} t^2dt = \frac{1}{3}k^2r(t_2^3 - t_1^3).$$

При определении теплоты, выделившейся за первую секунду, пределы интегрирования t_1 = 0, t_2 = 1 с и, следовательно,

$$Q = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{6}{2}\right)^2 \cdot 20(1-0) \text{ Дж} = 60 \text{ Дж}.$$

При определении теплоты Q_2 пределы интегрирования t_1 = 1 с, t_2 = 2 с и

$$Q = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{6}{2}\right) \cdot 20(8-1) \text{ Дж} = 420 \text{ Дж}.$$

Следовательно,

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{420}{60} = 7,$$

т. е. за вторую секунду выделится теплоты в 7 раз больше, чем за первую.

Пример 11. Электрическая цепь состоит из двух гальванических элементов, трех сопротивлений и гальванометра (рис. 16). В этой цепи r_1 = 100 Ом, r_2 = 50 Ом, r_3 = 20 Ом, ЭДС элемента ε_1 = 2 В. Гальванометр регистрирует ток I_3 = 50 мА, идущий в направлении, указанном стрелкой. Определить ЭДС ε_2 второго элемента. Сопротивлением гальванометра и внутренним сопротивлением элементов пренебречь. *Указание*. Для расчета разветвленных цепей применяются законы Кирхгофа.

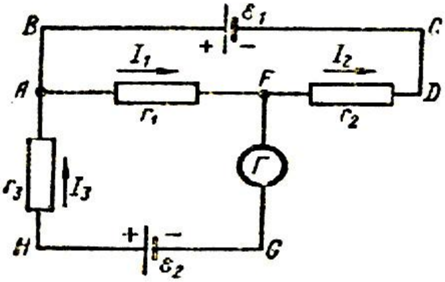


Рис. 16

На основании законов Кирхгофа можно составить уравнения, необходимые для определения искомых величин (сил токов, сопротивлений и ЭДС).

Применяя законы Кирхгофа, следует соблюдать следующие правила:

1. Перед составлением уравнений произвольно выбрать: а) направления токов (если они не заданы по условию задачи) и указать их стрелками на чертеже; б) направление обхода контуров.

2. При составлении уравнений по первому закону Кирхгофа считать токи, подходящие к узлу, положительными; токи, отходящие от узла, отрицательными.

Число уравнений, составляемых по первому закону Кирхгофа, должно быть на единицу меньше числа узлов, содержащихся в цепи.

3. При составлении уравнений по второму закону Кирхгофа надо считать, что: а) падение напряжения на участке цепи (т. е. произведение Ir) входит в уравнение со знаком плюс, если направление тока в данном участке совпадает с выбранным направлением обхода контура; в противном случае произведение Ir входит в уравнение со знаком минус; б) ЭДС входит в уравнение со знаком плюс, если она повышает потенциал в направлении обхода

контура, т. е. если при обходе приходится идти от минуса к плюсу внутри источника тока; в противном случае ЭДС входит в уравнение со знаком минус.

Число независимых уравнений, которые могут быть составлены по второму закону Кирхгофа, должно быть меньше числа замкнутых контуров, имеющихся в цепи. Для составления уравнений первый контур можно выбирать произвольно. Все последующие контуры следует выбирать таким образом, чтобы в каждый новый контур входила хотя бы одна ветвь цепи, не участвовавшая ни в одном из ранее использованных контуров. Если при решении уравнений, составленных указанным выше способом, получены отрицательные значения силы тока или сопротивления, то это означает, что ток через данное сопротивление в действительности течет в направлении, противоположном выбранному.

Решение. Выберем направления токов, как они показаны на рис. 16, и условимся обходить контуры по часовой стрелке.

По первому закону Кирхгофа для узла F имеем

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0. \tag{1}$$

По второму закону Кирхгофа имеем для контура $ABCDFA$

$$-I_1 r_1 - I_2 r_2 = -\varepsilon_1$$

или после умножения обеих частей равенства на $-I$

$$I_1 r_1 + I_2 r_2 = \varepsilon_1. \tag{2}$$

Соответственно для контура $AFGHA$ найдем:

$$I_1 r_1 + I_3 r_3 = \varepsilon_2. \tag{3}$$

После подстановки известных числовых значений в формулы (1) – (3) получим:

$$I_1 - I_2 - 0{,}05 = 0;$$

$$50 I_1 + 25 I_2 = 1;$$

$$100 I_1 - 0{,}05 \cdot 20 = \varepsilon_2;$$

Перенеся в этих уравнениях неизвестные величины в левые части, а известные — в правые, получим следующую систему уравнений:

$$I_1 - I_2 = 0{,}05;$$

$$50 I_1 + 25 I_2 = 1;$$

$$100 I_1 - \varepsilon_2 = -1.$$

Решая данную систему уравнений, получим

$$\varepsilon_2 = 4\,\text{В}.$$

4. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

4.1. Основные формулы

Закон Био – Савара – Лапласа

$$dB = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{[dl\,r]I}{r^3},$$

где dB – магнитная индукция поля, создаваемого элементом проводника с током; μ – магнитная проницаемость; μ_0 – магнитная постоянная ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м); dl – вектор, равный по модулю длине проводника dl и совпадающий по направлению с током (элемент проводника); I – сила тока; r – радиус-вектор, проведенный от середины элемента проводника к точке, магнитная индукция в которой определяется.

Модуль вектора dB выражается формулой

$$dB = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{I\sin\alpha}{r^2}dl,$$

где α – угол между векторами dl и r.

Магнитная индукция B связана с напряженностью H магнитного поля (в случае однородной, изотропной среды) соотношением

$$B = \mu_0\mu H$$

или в вакууме

$$B_0 = \mu_0 H.$$

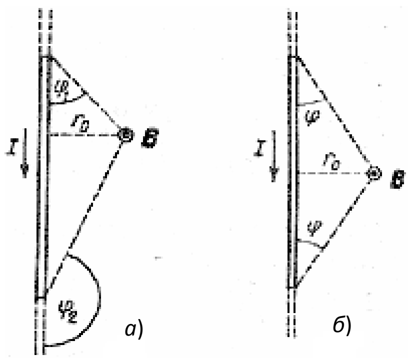


Рис. 17

Магнитная индукция в центре кругового проводника с током

$$B = \frac{\mu_0\mu}{2}\frac{I}{R},$$

где R – радиус кривизны проводника.

Магнитная индукция поля, создаваемого бесконечно длинным прямым проводником с током,

$$B = \frac{\mu_0\mu}{2\pi}\frac{I}{r},$$

где r – расстояние от оси проводника.

Магнитная индукция поля, создаваемого отрезком проводника,

$$B = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{I}{r_0}(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2).$$

Обозначения ясны из рис. 17,*а*. Вектор индукции B перпендикулярен плоскости чертежа, направлен к нам и поэтому изображен точкой.

При симметричном расположении концов проводника относительно точки, в которой определяется магнитная индукция (рис.17,*б*), $-\cos\varphi_2 = \cos\varphi_1 = \cos\varphi$ и, следовательно,

$$B = \frac{\mu_0\mu}{2\pi}\frac{I}{r_0}\cos\varphi\,.$$

Магнитная индукция поля, создаваемого соленоидом в средней его части (или тороида на его оси)

$$\mathrm{B} = \mu_0\mu n I,$$

где n – число витков, приходящихся на единицу длины соленоида; I- сила тока в одном витке.

Принцип суперпозиции магнитных полей: магнитная индукция B результирующего поля равна векторной сумме $\mathrm{B}_1, \mathrm{B}_2, \ldots, \mathrm{B}_n$, магнитных индукций складываемых полей, т.е.

$$\mathrm{B} = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{B}_i.$$

В частном случае наложения двух полей

$$\mathrm{B} = \mathrm{B}_1 + \mathrm{B}_2,$$

а модуль магнитной продукции

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\alpha}\ ,$$

где α – угол между векторами B_1 и B_2.

Закон Ампера. Сила, действующая на проводник с током в магнином поле,

$$F = [\mathrm{B}\,\bar{I}]\ ,$$

где I – сила тока; l – вектор, равный по модулю длине l проводника и совпадающий по направлению с током; B – магнитная индукция поля.

Модуль вектора F определяется выражением

$$F = BIl\sin\alpha\,,$$

где α – угол между векторами l и B.

Сила взаимодействия двух прямых бесконечно длинных параллельных проводников с токами I_1 и I_2, находящихся на расстоянии d друг от друга, рассчитанная на отрезок проводника длиной l, выражается формулой

$$F = \frac{\mu_0\mu}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{d}\,l\,.$$

Магнитный момент контура с током

$$\rho_m = IS,$$

где S – вектор, равный по модулю площади S, охватываемой контуром, и совпадающий по направлению с нормалью к его плоскости.

Механический момент, действующий на контур с током, помещенный в однородное магнитное поле,

$$M = [p_m \bar{B}].$$

Модуль механического момента

$$M = p_m B \sin\alpha ,$$

где α – угол между векторами ρ_m и B .

Потенциальная (механическая) энергия контура с током в магнитном поле

$$\Pi_{\text{мех}} = \rho_m B = p_m B \cos\alpha .$$

Сила, действующая на контур с током в магнитном поле (изменяющемся вдоль оси x)

$$F = p_m \frac{\partial B}{\partial x} \cos\alpha ,$$

где $\dfrac{\partial B}{\partial x}$ – изменение магнитной индукции вдоль оси Ox, рассчитанное на единицу длины; α – угол между векторами ρ_m и B .

Сила F , действующая на заряд Q , движущийся со скоростью v в магнитном поле с индукцией B (сила Лоренца), выражается формулой

$$F = Q[vB] \text{ или } F = |Q| vB \sin\alpha,$$

где α – угол, образованный вектором v скорости движущейся частицы и вектором B индукции магнитного поля.

Циркуляция вектора магнитной индукции B вдоль замкнутого контура

$$\oint_L B_l dl ,$$

где B_i – проекция вектора магнитной индукции на направление элементарного перемещения dl вдоль контура L . Циркуляция вектора напряженности H вдоль замкнутого контура

$$\oint_L H_l dl .$$

Закон полного тока (для магнитного поля в вакууме)

$$\oint_L B_l dl = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i ,$$

где μ_0 – магнитная постоянная; $\sum\limits_{i=1}^{n} I_i$ – алгебраическая сумма токов, охватываемых контуром; n – число токов.

Закон полного тока (для произвольной среды)

$$\oint_L \mathrm{H}_l dl = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i .$$

Магнитный поток Φ через плоский контур площадью S:

а) в случае однородного поля

$$\Phi = BS\cos\alpha \text{; или } \Phi = B_n S,$$

где α – угол между вектором нормали n к плоскости контура и вектором магнитной индукции В; B_n – проекция вектора В на нормаль n $B_n = B\cos\alpha$;

б) в случае неоднородного поля

$$\Phi = \int_S B_n dS,$$

где интегрирование ведется во всей поверхности S.

Потокосцепление, т. е. полный магнитный поток, сцепленный со всеми витками соленоида или тороида,

$$\Psi = N\Phi,$$

где Φ – магнитный поток через один виток; N – число витков соленоида или тороида.

Работа по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле

$$A = I\Delta\Phi,$$

где $\Delta\Phi$ – изменение магнитного потока, пронизывающего поверхность, ограниченную контуром; I – сила тока в контуре.

Основной закон электромагнитной индукции (закон Фарадея — Максвелла)

$$\mathrm{E}_i = N\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt},$$

где E_i – электродвижущая сила индукции; N – число витков контура; Ψ – потокосцепление.

Частные случаи применения основного закона электромагнитной индукции:

а) разность потенциалов U на концах проводника длиной l, движущегося со скоростью v в однородном магнитном поле,

$$U = Blv\sin\alpha,$$

где α – угол между направлениями векторов скорости v и магнитной B индукции;

б) электродвижущая сила индукции E_i, возникающая в рамке, содержащей N витков, площадью S, при вращении рамки с угловой скоростью ω в однородном магнитном поле с индукцией B

$$\mathrm{E}_i = BNS\omega\sin\omega t,$$

где ωt – мгновенное значение угла между вектором В и вектором нормали n к плоскости рамки.

Количество электричества Q, протекающего в контуре

$$Q = \Delta\Psi/R,$$

где R – сопротивление контура; $\Delta\Psi$ – изменение потокосцепления.

Электродвижущая сила самоиндукции, возникающая в замкнутом контуре при изменении силы тока в нем

$$\mathrm{E}_i = -L\frac{dI}{dt}\text{, или } \langle \mathrm{E}_i \rangle = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Потокосцепление контура

$$\Psi = LI,$$

где L – индуктивность контура.

Индуктивность соленоида (тороида)

$$L = \mu_0 \mu n^2 V.$$

Во всех случаях вычисления индуктивности соленоида (тороида) с сердечником по приведенной формуле для определения магнитной проницаемости следует пользоваться графиком зависимости B от H, а затем формулой

$$\mu = B/(\mu_0 H).$$

Мгновенное значение силы тока I в цепи, обладающей активным сопротивлением R и индуктивностью L:

а) после замыкания цепи

$$I = \frac{\mathrm{E}}{r}\left(1 - e^{-(R/L)t}\right),$$

где E_i – ЭДС источника тока; t – время, прошедшее после замыкания цепи;

б) после размыкания цепи

$$I = I_0 e^{-(R/L)t},$$

где I_0 – сила тока в цепи при $t = 0$; t – время с момента размыкания цепи.

Энергия W магнитного поля, создаваемого током в замкнутом контуре индуктивностью L, определяется формулой

$$W = \tfrac{1}{2} LI^2,$$

где W – сила тока в контуре.

Объемная (пространственная) плотность энергии однородного магнитного поля (например, поля длинного соленоида)

$$w = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu}.$$

Формула Томсона. Период собственных колебаний в контуре без активного сопротивления

$$T = 2\pi\sqrt{LC},$$

где L – индуктивность контура; C – его электроемкость.

Связь длины электромагнитной волны с периодом T и частотой ν колебаний

$$\lambda = cT \text{ или } \lambda = c/\nu,$$

где c – скорость электромагнитных волн в вакууме ($c = 3 \cdot 10^8$ м/с).

Скорость электромагнитных волн в среде $\quad v = c/\sqrt{\varepsilon\mu}$,

где ε – диэлектрическая проницаемость; μ – магнитная проницаемость среды.

4.2. Примеры решения задач

Пример 1. По длинному прямому тонкому проводу течет ток силой I = 20 А. Определить магнитную индукцию B поля, создаваемого проводником в точке, удаленной от него на расстояние r = 4 см.

Решение. Магнитное поле, создаваемое прямым бесконечно длинным проводником ничтожно малого сечения, обладает осевой симметрией. Это значит, что абсолютная величина B магнитной индукции $\vec{B}$ в данной точке будет зависеть только от ее расстояния до проводника. Поэтому все точки на окружности радиуса (рис. 18), лежащей в плоскости, перпендикулярной проводнику, будут иметь одинаковое значение магнитной индукции;

$$B = \mu_0 \frac{1}{2\pi r}, \qquad (1)$$

где μ_0 — магнитная постоянная.

Направление вектора B зависит от положения точки па окружности и от направления силы тока в проводнике.

Вектор $\vec{B}$ направлен по касательной к проведенной нами окружности (это следует из закона Био — Савара — Лапласа, записанного в векторной форме). Линия, касательная к которой в каждой точке совпадает с направлением вектора магнитной индукции, называется магнитной силовой линией. Окружность на рис. 18 удовлетворяет этому условию, а следовательно, является магнитной силовой линией. Направление магнитной силовой линии, а значит, и вектора $\vec{B}$ определено по правилу правого винта.

В формулу (1) подставим числовые значения величин и произведем вычисления:

$$B = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{20}{2\pi \cdot 4 \cdot 10^{-2}} \text{ Т} = 10^{-4} \text{ Т}, B = 0{,}1 \text{мТ}.$$

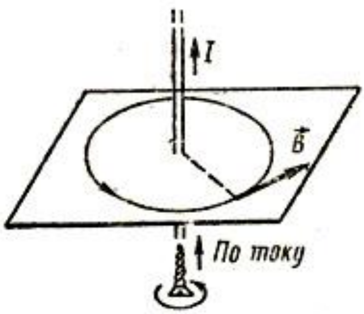


Рис. 18

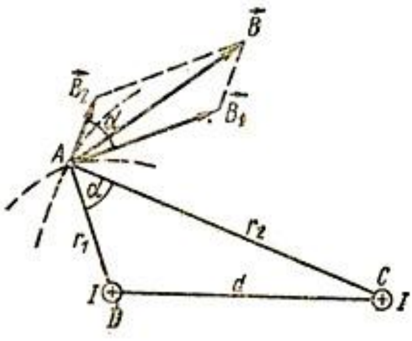


Рис. 19

Пример 2. Два параллельных бесконечно длинных провода D и C, по которым текут в одном направлении токи силой I = 60 А, расположены на расстоянии d = 10 см друг от друга. Определить магнитную индукцию B поля, создаваемого проводниками с током в точке *A*, отстоящей от одного проводника на расстоянии r_1 = 5 см, от другого на расстоянии r_2 = 12 см.

Решение. Для нахождения магнитной индукции $\vec{B}$ в указанной точке *A* (рис. 19) воспользуемся принципом суперпозиции магнитных полей. Для этого определим направления векторов магнитной индукции B_1 и B_2 полей, создаваемых каждым проводником в отдельности, и сложим их геометрически:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2.$$

Абсолютное значение магнитной индукции *B* может быть найдено по теореме косинусов:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2 \cos a}\ , \qquad (1)$$

где α — угол между векторами $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$.

Значения магнитных индукций B_1 и B_2 выражаются соответственно через силу тока *I* и расстояния r_1 и r_2 от проводов до точки *A*

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1};\ B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2}.$$

Подставляя выражения B_1 и B_2 в формулу (1) и вынося $\frac{\mu_0 I}{2\pi}$ за знак корня, получим

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{1}{r_1\, r_2}\cos a.} \qquad (2)$$

Вычислим $\cos\alpha$. Заметив, что $\alpha = \angle$DAC (как углы с соответственно перпендикулярными сторонами), по теореме косинусов запишем

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 + -2r_1r_2\cos\alpha\ ,$$

где *d* — расстояние между проводами. Отсюда

$$\cos\alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1r_2}.$$

После подстановки числовых значений найдем

$$\cos\alpha = \frac{5^2 + 12^2 - 10^2}{2\cdot 5\cdot 12} = \frac{23}{40}.$$

Подставляя в формулу (2) значения α, r_1, r_2 и $\cos\alpha$, определяем искомую индукцию:

$$B = 3{,}08\cdot 10^{-4}\ \text{Тл}$$

Пример 3. По проводу, согнутому в вид квадрата со стороной a =10 см, течет ток силой I = 100 А. Найти магнитную индукцию $\vec{B}$ в точке пересечения диагоналей квадрата

Решение. Расположим квадратный виток в плоскости чертежа (рис. 20). Согласно принципу суперпозиции магнитных полей магнитная индукция $\vec{B}$ поля квадратного витка будет равна геометрической сумме магнитных индукций полей, создаваемых каждой стороной квадрата в отдельности:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4. \qquad (1)$$

В точке O пересечения диагоналей квадрата все векторы индукции будут направлены перпендикулярно плоскости витка «к нам». Кроме того, из соображения симметрии следует, что абсолютные значения этих векторов одинаковы: $B_1 + B_2 + B_3 + B_4$. Это позволяет векторное равенство (1) заменить скалярным равенством

$$B = 4B_1. \qquad (2)$$

Магнитная индукция B_1 поля, создаваемого отрезком прямолинейного провода с током, выражается формулой

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2).$$

Учитывая, что $\alpha_2 = \pi - \alpha_1$ и $\cos\alpha_2 = -\cos\alpha_1$ (рис. 20), формулу (3) можно переписать в виде

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}\cos\alpha_1.$$

Подставив это выражение B_1 в формулу (2), найдем

$$B = \frac{2\mu_0 I}{\pi r_0}\cos\alpha_1.$$

Заметив что $r_0 = \dfrac{a}{2}$ и $\cos\alpha_1 = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ (так как $\alpha_1 = \pi/4$), получим

$$B = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi a}.$$

Подставим в эту формулу числовые значения физических величин и произведем вычисления:

$$B = \frac{2\sqrt{2}\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 10^{2}}{\pi\cdot 10^{-2}}\ \text{Тл} = 1{,}13\cdot 10^{-3}\ \text{Тл} = 1{,}13\text{мТл}$$

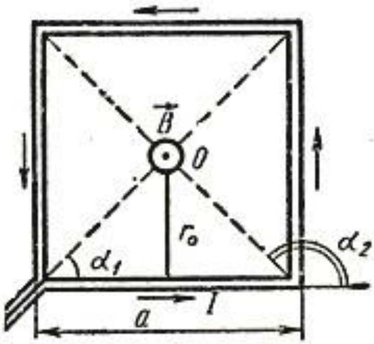


Рис. 20

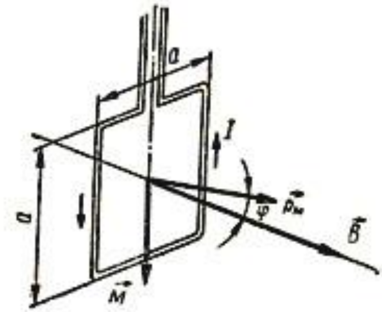


Рис. 21

Пример 4. Плоский квадратный контур со стороной a = 10 см, по которому течет ток I = 100 А, свободно установился в однородном магнитном поле (B = 1 Тл). Определить работу A, совершаемую внешними силами при повороте контура относительно оси, проходящей через середину его противоположных сторон, на угол: 1) $\varphi_1 = 90°$; 2) $\varphi_2 = 3°$. При повороте контура сила тока в нем поддерживается неизменной.

Решение. Как известно, на контур с током в магнитном поле действует момент сил (рис. 21)

$$M = p_м B \sin\varphi, \tag{1}$$

где $p_м$ — магнитный момент контура; B — магнитная индукция; φ — угол между вектором $\vec{p}_м$, направленным по нормали к контуру, и вектором $\vec{B}$.

По условию задачи, в начальном положении контур свободно установился в магнитном поле. При этом момент сил равен нулю ($M = 0$), а значит, φ = 0, т. е. вектора $\vec{p}_м$ и $\vec{B}$ совпадают по направлению.

Если внешние силы выведут контур из положения равновесия, то возникший момент сил, определяемый формулой (1), будет стремиться возвратить контур в исходное положение. Против этого момента и будет совершаться работа внешними силами. Так как момент сил переменный (зависит от угла поворота φ), то для подсчета работы применим формулу работы в дифференциальной форме:

$$dA = Md\varphi.$$

Подставив сюда выражение M по формуле (1) и учтя, что $p_м = IS = Ia^2$, где I— сила тока в контуре; $S = a^2$ — площадь контура, получим

$$dA = IBa^2 \sin\varphi d\varphi.$$

Взяв интеграл от этого выражения, найдем работу при повороте на конечный угол:

$$A = IBa^2 \int_0^{\varphi} \sin\varphi d\varphi. \qquad (2)$$

1. Работа при повороте на угол $\varphi_1 = 90°$

$$A_1 = IBa^2 \int_0^{\pi/2} \sin\varphi d\varphi = IBa^2(-\cos\varphi) \int_0^{\pi/2} IBa^2. \qquad (3)$$

Выразим числовые значения величин в единицах СИ: I = 100 А; $B = 1\text{Тл}$; a = 10 см = 0,1 м и подставим в (4):

$$A_1 = 100 \cdot 1 \cdot (0{,}1)^2 \text{ Дж} = 1 \text{Дж}$$

2. Работа при повороте на угол φ_2 = 3°. В этом случае, учитывая, что угол φ_2 мал, заменим в выражении (2) $\sin\varphi \approx \varphi$:

$$A_1 = IBa^2 \int_0^{\varphi_2} \varphi d\varphi = \frac{1}{2} IBa^2 \varphi_2^2.$$

Выразим угол φ_2 в радианах. После подстановки числовых значений величин в (4) найдем

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 1 \cdot (0{,}1)^2 \cdot (0{,}0523)^2 \text{ Дж} = 1{,}37 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 1{,}37 \text{мДж}.$$

Отметим, что задача могла быть решена и другим способом. Известно, что работа внешних сил по перемещению контура с током в магнитном поле равна произведению силы тока в контуре на изменение магнитного потока через контур:

$$A = -I\Delta\Phi = I(\Phi_1 - \Phi_2),$$

где Φ_1— магнитный поток, пронизывающий контур до перемещения; Φ_2 — то же, после перемещения.

В случае $\varphi_2 = 90^0$ $\Phi_1 = BS$; $\Phi_2 = 0$. Следовательно,

$$A = IBS = IBa^2,$$

что совпадает с полученным выше результатом (3).

Пример 5. Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U = 400\text{В}$, попал в однородное магнитное поле напряженностью $H = 10^3$ А/м. Определить радиус R кривизны траектории и частоту обращения электрона в магнитном поле. Вектор скорости перпендикулярен линиям поля.

Решение. Радиус кривизны траектории электрона определим, исходя из следующих соображений: на движущийся в магнитном поле электрон действует сила Лоренца $\vec{F}_л$ (действием силы тяжести можно пренебречь). Сила

Лоренца перпендикулярна вектору скорости и, следовательно, сообщает электрону нормальное ускорение:

$$F_л = m a_n,$$

или

$$e\upsilon B \sin\alpha = \frac{m\upsilon^2}{R}, \qquad (1)$$

где e – заряд электрона; υ – скорость электрона; B – магнитная индукция; m – масса электрона; R – радиус кривизны траектории; α – угол между направлением вектора скорости $\vec{\upsilon}$ и вектором $\vec{B}$ (в данном случае $\vec{\upsilon} \perp \vec{B}$ и $\alpha = 90°$, $\sin\alpha = 1$).

Из формулы (1) найдем

$$R = \frac{m\upsilon}{eB}. \qquad (2)$$

Входящий в равенство (2) импульс $m\upsilon$ может быть выражен через кинетическую энергию Т электрона:

$$m\upsilon = \sqrt{2mT}. \qquad (3)$$

Но кинетическая энергия электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов U, определяется равенством

$$T = eU.$$

Подставив это выражение T в формулу (3), получим

$$m\upsilon = \sqrt{2meU}.$$

Магнитная индукция B может быть выражена через напряженность H магнитного поля в вакууме соотношением

$$B = \mu_0 H,$$

где μ_0 – магнитная постоянная.

Подставив найденные выражения B и $m\upsilon$ в формулу (2), определим

$$R = \sqrt{\frac{2me\upsilon}{\mu_0 e H}}. \qquad (4)$$

Выразим все величины, входящие в формулу (4), в единицах СИ: $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг (табл. 17); $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл; U = 400 В; μ_0 = $4\pi \cdot 10^{-7}$ Г/м; H = 10^3 А/м. Подставим эти значения в формулу (4) и произведем вычисления:

$$R = \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19} \cdot 400}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-7} \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19} \cdot 10^3}}\ \text{м} = 5{,}37 \cdot 10^{-2}\ \text{м}.$$

Для определения частоты обращения n воспользуемся формулой, связывающей частоту со скоростью и радиусом:

$$n = \frac{\upsilon}{2\pi R}. \qquad (5)$$

Подставив в формулу (5) выражение (2) для радиуса кривизны, получим

$$n = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{e}{m} B,$$

или

$$n = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{e}{m} H.$$

Все величины, входящие в эту формулу, ранее были выражены в единицах СИ. Подставим их и произведем вычисления:

$$n = \frac{4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-7} \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31}} \cdot 10^3\,\text{с}^{-1} = 3{,}52 \cdot 10^7\,\text{с}^{-1}.$$

Пример 6. В однородном магнитном поле (B = 0,1 Тл) равномерно с частотой n = 10 об/с вращается рамка, содержащая N = 1000 витков, плотно прилегающих друг к другу. Площадь рамки S = 150 см^2. Определить мгновенное значение ЭДС индукции ε_i, соответствующее углу поворота рамки в 30°.

Решение. Мгновенное значение ЭДС индукции ε_i определяется основным уравнением электромагнитной индукции Фарадея – Максвелла

$$\varepsilon_i = \frac{d\Psi}{dt}, \qquad (1)$$

где Ψ – потокосцепление.

Потокосцепление Ψ связано с магнитным потоком Φ и числом N витков плотно прилегающих друг к другу соотношением

$$\Psi = N\Phi.$$

Подставляя выражения Ψ в формулу (1), получим

$$\varepsilon_i = -N\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (2)$$

При вращении рамки (рис. 22) магнитный поток Φ, пронизывающий рамку в момент времени t, изменяется по закону

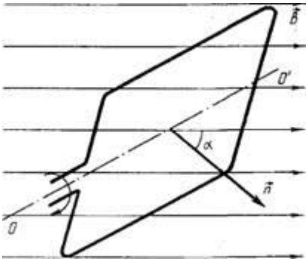


Рис. 22

$$\Phi = BS\cos\omega t,$$

где B – магнитная индукция; S – площадь рамки; ω – круговая (или циклическая) частота.

Подставив в формулу (2) выражение Φ и продифференцировав по времени, найдем мгновенное значение ЭДС индукции:

$$\varepsilon_i = NBS\omega\sin\omega t. \qquad (3)$$

Круговая частота связана с частотой вращения n соотношением

$$\omega = 2\pi n.$$

Подставляя значение ω в формулу (3), получим

$$\varepsilon_i = 2\pi nNBS\sin\omega t. \qquad (4)$$

Выразим физические величины, входящие в эту формулу, в единицах СИ: $n = 10c^{-1}$; N = 10^3; B = 0,1 Тл; $S = 1{,}5 \cdot 10^{-2}$ м; ωt = 30° = $\frac{\pi}{6}$ и, подставив их в формулу (4), произведем вычисления:

$$\varepsilon_i = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 0{,}1 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}5\,\text{В} = 47{,}1\,\text{В}.$$

Пример 7. Соленоид с сердечником из немагнитного материала содержит N = 1200 витков провода, плотно прилегающих друг к другу. При силе тока I = 4 А магнитный поток Φ равен 6 мкВб. Определить индуктивность L соленоида и энергию W магнитного поля соленоида.

Решение. Индуктивность L связана с потокосцеплением Ψ силой тока I соотношением

$$\Psi = LI. \qquad (1)$$

Потокосцепление, в свою очередь, может быть выражено через поток Φ и число витков N (при условии, что витки плотно прилегают друг к другу) соотношением

$$\Psi = N\Phi. \qquad (2)$$

Из выражения (1) и (2) находим интересующую нас индуктивность соленоида:

$$L = \frac{N\Phi}{I}. \qquad (3)$$

Выразим все величины в единицах СИ: N = 1200; $\Phi = 6 \cdot 10^{-6}$ Вб; I = 4 А. Подставим их в формулу (3) и произведем вычисления:

$$L = \frac{1{,}2 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{4}\,\text{Гн} = 1{,}8 \cdot 10^{-3}\,\text{Гн} = 1{,}8\,\text{мГн}.$$

Энергия W магнитного поля соленоида с индуктивностью L при силе тока I, протекающего по его обмотке, может быть вычислена по формуле

$$W = \frac{1}{2}LI^2.$$

Подставим в эту формулу полученное ранее выражение индуктивности:

$$W = \frac{1}{2}N\Phi I$$

и произведем вычисления:

$$W = \frac{1}{2}1{,}2 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-6} \cdot 4\,\text{Дж} = 1{,}44 \cdot 10^{-2}\,\text{Дж} = 14{,}4\,\text{мДж}.$$

4.3. Контрольная работа №2

Номера задач для выполнения контрольной работы № 2 представлены в табл.2.

Таблица 2

Вариант	Номера задач									
0	220	230	242	206	253	264	270	279	289	300
	321	328	338	312	354	366	376	382	391	400
1	221	231	241	207	254	263	211	278	288	299
	322	329	339	345	355	313	367	380	392	399
2	222	232	240	250	255	208	212	277	287	298
	323	330	340	346	356	314	368	381	390	398
3	201	223	239	249	252	261	213	276	286	297
	324	331	341	347	357	364	375	315	383	393
4	202	224	238	248	251	262	214	275	285	296
	325	332	342	348	358	365	374	316	384	394
5	203	225	237	247	256	265	215	271	280	295
	301	306	333	343	349	359	373	317	385	395
6	204	226	236	246	257	266	216	272	281	294
	302	307	334	344	350	360	369	318	386	397
7	205	227	235	245	258	267	217	273	282	293
	303	308	335	309	351	361	370	377	387	319
8	218	228	234	244	259	268	210	290	283	292
	304	326	336	310	352	362	371	378	388	320
9	219	229	233	243	260	269	209	274	284	291
	305	327	337	311	353	363	372	379	389	396

201.Два шарика массой m = 1 г каждый подвешены на нитях, верхние концы которых соединены вместе. Длина каждой нити $l = 10\text{см}$. Какие одинаковые заряды надо сообщить шарикам, чтобы нити разошлись на угол $\alpha = 60^0$?

202. Расстояние d между зарядами Q_1 = 100 нКл и $Q_2 = -50\text{нКл}$ равно 10 см. Определить силу F, действующую на заряд Q_3 = 1 мкКл, отстоящий на r_1 = 12 см от заряда Q_1 и на r_2 = 10 см от заряда Q_2.

203. Тонкий длинный стержень равномерно заряжен с линейной плотностью τ = 1,5 нКл/см. На продолжении оси стержня на расстоянии d = 12 см от его конца находится точечный заряд Q = 0,2 мкКл. Определить силу взаимодействия заряженного стержня и точечного заряда.

204. Длинная прямая тонкая проволока несет равномерно распределенный заряд. Вычислить линейную плотность τ заряда, если напряженность поля на расстоянии r = 0,5 м от проволоки против ее середины E = 2 В/см.

205. С какой силой, приходящейся на единицу площади, отталкиваются две одноименно заряженные бесконечно протяженные плоскости с одинаковой поверхностной плотностью заряда σ = 2 мкКл/м^2?

206. Какую ускоряющую разность потенциалов U должен пройти электрон, чтобы получить скорость υ = 8000 км/с?

207. Заряд равномерно распределен по бесконечной плоскости с поверхностной плотностью σ = 10 нКл/м^2. Определить разность потенциалов двух точек поля, одна из которых находится на плоскости, а другая удалена от нее на расстояние α = 10 см.

208. Электрон с начальной скоростью $\upsilon_0 = 3\cdot10^6$ м/с влетел в однородное электрическое поле напряженностью E = 150 В/м. Вектор начальной скорости перпендикулярен линиям напряженности электрического поля. Найти: I) силу, действующую на электрон; 2) ускорение, приобретаемое электроном; 3) скорость электрона через t = 0,1 мкс.

209. К батарее с ЭДС ε = 300 В подключены два плоских конденсатора емкостью C_1 = 2 пФ и C_2 = 3 пФ. Определить заряд Q и напряжение U на пластинах конденсаторов в двух случаях: 1) при последовательном соединении; 2) при параллельном соединении.

210. Конденсатор емкостью C_1 = 600 см зарядили до разности потенциалов U = 1,5 кВ и отключили от источника напряжения. Затем к конденсатору присоединили параллельно второй, незаряженный конденсатор емкостью C_2 = 400 см. Сколько энергии, запасенной в первом конденсаторе, было израсходовано на образование искры, проскочившей при соединении конденсаторов?

211. На концах медного провода длиной l = 5 м поддерживается напряжение U = 1 В. Определить плотность тока δ в проводе.

212. Сопротивление r_1 = 5 Ом, вольтметр и источник тока соединены параллельно. Вольтметр показывает напряжение U_1 = 10 В. Если заменить сопротивление на r_2 = 12 Ом, то вольтметр покажет напряжение U_2 = 12 В. Определить ЭДС и внутреннее сопротивление источника тока. Током через вольтметр пренебречь

213. Определить заряд, прошедший по проводу с сопротивлением $r = 3\text{Ом}$ при равномерном нарастании напряжения на концах провода от $U_1 = 2B$ до $U_2 = 4B$ в течение времени t = 20 с.

214. Определить силу тока в цепи, состоящей из двух элементов с ЭДС ε_1 = 1,6 В и ε_2 = 1,2 В внутренними сопротивлениями $r_1 = 0,6\,Ом$ и $r_2 = 0,4\,Ом$, соединенных одноименными полюсами.

215. Три батареи с ЭДС ε_1 = 8 В, ε_2 = 3 В и ε_3 = 4 В с внутренними сопротивлениями r = 2 Ом каждое соединены одноименными полюсами. Пренебрегая сопротивлением соединительных проводов определить токи, иду-

щие через батареи.

216. Определить напряжение U на зажимах реостата сопротивлением r (рис. 23), если ε_1 = 5 В, r_1 = 1 Ом, ε_2 = 3 В, r_2 = 0,5 Ом, r=3Ом.

217. Определить напряжение на сопротивлениях r_1 = 2 Ом $r_2 = r_3$ =4 Ом и r_4 = 2 Ом, включенных в цепь, как показано на рис. 24, если ε_1 = 10 В, ε_1 = 4 В. Сопротивлениями источников тока пре небречь.

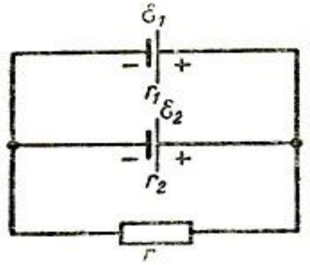


Рис. 23

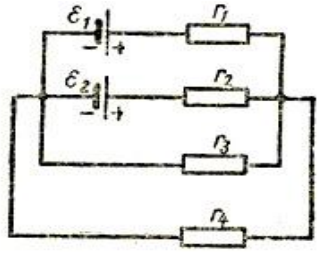


Рис. 24

218. Два положительных точечных заряда Q и $4Q$ закреплены на расстоянии l = 60 см друг от друга. Определить, в какой точке на прямой, проходящей через заряды, следует поместить третий заряд так, чтобы он находился в равновесии. Указать, какой знак должен иметь этот заряд для того, чтобы равновесие было устойчивым, если перемещения заряда возможны только вдоль прямой, проходящей через закрепленные заряды.

219. Три одинаковых маленьких шарика массой m = 0,12 г подвешены к одной точке на нитях длиной l = 20 см. Какие заряды следует сообщить шарикам, чтобы каждая нить составляла с вертикалью угол $\alpha = 30°C$? Массу нити не учитывать.

220. Два одинаковых заряженных шарика подвешены в одной точке на нитях одинаковой длины. При этом нити разошлись на угол α. Шарики погружаются в масло плотностью $p_0 = 8 \cdot 10^2$ кг/м^3. Какова диэлектрическая проницаемость ε масла, если угол расхождения нитей при погружении шариков в масло остается неизменным? Плотность материала шариков $\rho = 1.6 \cdot 10^3\ кг/м^3$.

221. В вершинах квадрата находятся одинаковые заряды $Q = 3 \cdot 10^{-10}$ Кл каждый. Какой отрицательный заряд Q_1 нужно поместить в центре квадрата, чтобы сила взаимного отталкивания положительных зарядов была уравновешена силой притяжения отрицательного заряда?

222. Расстояние d между двумя точечными зарядами $Q_1 = -180$нКл и Q_2 = 720 нКл равно 60 см. Определить точку, в которую нужно поместить третий заряд Q_3 так, чтобы система зарядов находилась в равновесии. Опре-

делить величину и знак заряда. Устойчивое или неустойчивое будет равновесие?

223. Два одинаковых металлических заряженных шара находятся на расстоянии r = 60 см. Сила отталкивания шаров F_1 = 70 мкН. После того как шары привели в соприкосновение и удалили друг от друга на прежнее расстояние, сила отталкивания возросла и стала равной $F_2 = 160$ мкН. Вычислить заряды Q_1 и Q_2, которые были на шарах до их соприкосновения. Диаметр шаров считать много меньшим расстояния между ними.

224. Четыре одинаковых заряда Q = 10 нКл каждый закреплены в вершинах квадрата со стороной a = 20 см. Найти силу F, действующую на один из этих зарядов со стороны трех остальных.

225. Точечные заряды Q_1 = 1 мкКл и $Q_2 = -1$ мкКл находятся на расстоянии d = 10 см друг от друга. Определить напряженность поля в точке, удаленной на r_1 = 6 см от первого и r_2 = 8 см от второго заряда. Определить также силу, действующую в этой точке на точечный заряд Q = 0,1 мкКл.

226. На продолжении оси тонкого прямого стержня, равномерно заряженного, с линейной плотностью заряда τ = 1 нКл/см на расстоянии a =10 см от конца стержня находится точечный заряд Q = 0,1 мкКл. Второй конец стержня уходит в бесконечность. Определить силу взаимодействия стержня и точечного заряда, а также напряженность поля в точке, где находится заряд.

227. Два длинных, тонких, равномерно заряженных стержня расположены перпендикулярно друг другу так, что точка пересечения их осей находится на расстоянии a = 8 см и b = 5 см от ближайших концов стержней. Найти силу, действующую на заряд Q = 10 нКл, помещенный в точку пересечения осей стержней.

228. Определить напряженность поля, создаваемого тонким, длинным стержнем, равномерно заряженным, с линейной плотностью $\tau = 0{,}2$ мкКл/см в точке, находящейся на расстоянии r = 2 см от стержня, вблизи его середины. Определить также силу, действующую на точечный заряд Q = 10 нКл, помещенный в этой точке.

229. Тонкое полукольцо радиусом R = 10 см несет равномерно распределенный заряд Q_1 = 0,2 мкКл. Определить напряженность поля в центре кривизны полукольца, а также силу, действующую в этой точке на точечный заряд Q_2 = 10 нКл.

230. На тонком кольце равномерно распределен заряд с линейной плотностью заряда τ = 20 кКл/см. Радиус кольца R = 5 см. На перпендикуляре к плоскости кольца, восстановленном из его середины, находится точечный заряд Q = 40 нКл. Определить силу, действующую на точечный заряд со стороны заряженного кольца, если он удален от центра кольца на: 1) a_1 = 10 см;

2) a_2 = 2 м.

231. По тонкой нити длиной l = 4π см, имеющей форму дуги окружности радиусом R = 12 см, равномерно распределен заряд Q_1 = 19 нКл. В центре кривизны дуги расположен заряд Q_2, на который нить действует с силой F = 40 мкН. Определить заряд Q_3.

232. Определить напряженность поля, создаваемого зарядом, равномерно распределенным по тонкому прямому стержню длиной l = 10 см в точке с линейной плотностью заряда τ = 100 нКл/м, лежащей на продолжении оси стержня на расстоянии a = 10 см от ближайшего конца. Определить также силу, действующую в этой точке на точечный заряд Q = 10 нКл.

233. По тонкому кольцу радиусом R = 6 см равномерно распределен заряд Q_1 = 24 нКл. Какова напряженность поля в точке, находящейся на оси кольца на расстоянии a = 18 см от центра кольца? Найти также силу, действующую в этой точке на точечный заряд Q_2 = 0,5 нКл.

234. Две одинаковые круглые пластины площадью S = 100 см^2 каждая расположены параллельно друг другу. Заряд одной пластины Q_1 = 100 нКл, другой $Q_2 = 200$нКл . Определить силу взаимного притяжения пластин, если расстояние между ними: а) r_1 = 2 мм; б) r_2 = 10 м.

235. Две длинные прямые параллельные нити находятся на расстоянии d = 10 см друг от друга. На нитях равномерно распределены заряды с линейными плотностями $\tau_1 = -2$ нКл/см и τ_2 = 4 нКл/см. Определить напряженность электрического поля E в точке, удаленной от первой нити на расстояние r_1 = 6 см и от второй на расстояние $r_2 = 8$ см .

236. С какой силой (на единицу длины) взаимодействуют две заряженные бесконечно длинные параллельные нити с одинаковой линейной плотностью заряда τ = *2* мкКл/м, находящиеся на расстоянии r = 4 см друг от друга?

237. К бесконечной, равномерно заряженной, вертикальной плоскости подвешен на нити одноименно заряженный шарик массой $m = 40$мг и зарядом Q = 670 пКл, Натяжение нити, на которой висит шарик, F = 490 мкН. Найти поверхностную плотность заряда на плоскости.

238. Поверхностная плотность заряда бесконечно протяженной вертикальной плоскости σ = 98 мкКл/м^2. К плоскости на нити подвешен заряженный шарик массой m = 10 г. Определить заряд Q шарика, если нить образует с плоскостью угол φ =45°.

239. С какой силой на единицу площади взаимодействуют две бесконечные параллельные плоскости, заряженные с одинаковой поверхностной плотностью σ = 2 мкКл/м^2?

240. Параллельно бесконечной плоскости, заряженной с поверхностной

плотностью заряда σ = 1 мкКл/м^2, расположена бесконечно длинная прямая нить, заряженная с линейной плотностью τ = 10 нКл/м. Определить силу, действующую со стороны плоскости на единицу длины нити.

241. На бесконечном тонкостенном цилиндре диаметром d = 10 см равномерно распределен заряд с поверхностной плотностью $\sigma = 1 \text{мкКл}/\text{м}^2$. Определить напряженность поля в точке, отстоящей от поверхности цилиндра на a = 5 см.

242. Три одинаковых капли ртути, заряженных до потенциала $\varphi = 20\text{В}$, сливаются в одну. Каков потенциал образовавшейся капли?

243. Тонкий стержень согнут в кольцо радиусом R = 10 см. Он равномерно заряжен с линейной плотностью τ = 300 нКл/м. Определить потенциал в точке, расположенной на оси кольца на расстоянии h = 20 см от его центра.

244. Определить потенциальную энергию системы двух точечных зарядов Q_1 = 100 нКл и Q_2 = 10 нКл, находящихся на расстоянии $r = 10\text{см}$ друг от друга.

245. Электрическое поле образовано бесконечно длинной нитью, заряженной с линейной плотностью τ = 10 пКл/м. Определить разность потенциалов U двух точек поля, отстоящих от нити на расстоянии $r_1 = 5\text{см}$ и r_2= 10 см.

246. Поле образовано бесконечной равномерно заряженной плоскостью с поверхностной плотностью заряда σ = 10 нКл/м^2. Определить разность потенциалов U двух точек поля, отстоящих от плоскости на r_1 =5 см и r_2 =10 см.

247. Тонкая квадратная рамка равномерно заряжена с линейной плотностью заряда τ = 100 пКл/м. Определить потенциал φ поля в точке пересечения диагоналей.

248. Две параллельные плоскости, заряженные с поверхностными плотностями σ_1 = 0,2 мкКл/м^2 и $\sigma_2 = -0{,}3\,\text{мкКл}/\text{м}^2$, находятся на расстоянии d=0,5 см друг от друга. Определить разность потенциалов между плоскостями.

249. Поле образовано точечным диполем с электрическим моментом p=100 пКл$\cdot$м. Определить разность потенциалов U двух точек поля, расположенных симметрично относительно диполя на его оси на расстоянии r =10 см от центра диполя.

250. При бомбардировке неподвижного ядра натрия α - частицей сила отталкивания между ними достигла F = 140 Н. На какое наименьшее расстояние приблизилась α - частица к ядру атома натрия? Какую скорость имела α - частица вдали от ядра? Влиянием электронной оболочки атома натрия пренебречь.

251. Пылинка массой m = 1 нг, несущая на себе 5 электронов, прошла в вакууме ускоряющую разность потенциалов U = 5 МВ. Какова кинетическая энергия пылинки? Какую скорость приобрела пылинка?

252. Электрон, обладающий кинетической энергией T = 5 эВ, влетел в однородное электрическое поле в направлении силовых линий поля. Какой скоростью будет обладать электрон, пройдя в этом поле разность потенциалов U = 2 В?

253. Ион атома водорода H^+ прошел разность потенциалов $Q_1 = 100 В$, ион атома калия C^+ — разность потенциалов Q_2 = 200 В. Найти отношение скоростей этих ионов.

254. Электрон с энергией T = 100 эВ (в бесконечности) движется вдоль силовой линии по направлению к поверхности металлической заряженной сферы радиусом R = 5 см. Определить минимальное расстояние, на которое приблизится электрон к поверхности сферы, если заряд ее $Q = -1$ нКл.

255. Найти отношение скоростей ионов Ca^{++} и Na^+, прошедших одинаковую разность потенциалов.

256. Электрон, пройдя в плоском конденсаторе путь от одной пластины до другой, приобрел скорость $\upsilon = 10^8$ см/с. Расстояние между пластинами d = 5,3 мм. Найти: 1) разность потенциалов между пластинами; 2) поверхностную плотность заряда на пластинах.

257. Пылинка массой m = 10 мкг, несущая на себе заряд Q = 10 нКл, влетела в электрическое поле в направлении силовых линий. После прохождения разности потенциалов U = 150 В пылинка имела скорость υ = 20 м/с. Определить скорость пылинки до того, как она влетела в поле.

258. Два конденсатора емкостью C_1 = 2 мкФ и C_2 = 3 мкФ соединены последовательно и присоединены к батарее ЭДС ε = 30 В. Определить заряд каждого конденсатора и разность потенциалов между его обкладками.

259. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено двумя слоями диэлектриков: слоем стекла толщиной d_1 = 1 см и слоем парафина толщиной d_2 = 2 см. Разность потенциалов между обкладками U = 3 кВ. Определить напряженность поля и падение потенциала в каждом из слоев.

260. Два металлических шарика радиусами R_1 = 3 см и R_2 = 2 см имеют: первый – заряд Q_1 = 10 нКл, второй – потенциал φ_2 = 9 кВ. Найти энергию, которая выделится при разряде, если шары соединить проводником.

261. Плоский конденсатор с площадью пластин S = 300 см^2 каждая заряжен до разности потенциалов U = 1 кВ. Расстояние между пластинами d = 4 см. Диэлектрик — стекло. Определить энергию W поля конденсатора и плотность ω энергии поля.

262. Расстояние между пластинами плоского конденсатора d = 2 см, разность потенциалов U = 6 кВ. Заряд каждой пластины Q = 10 нКл. Определить энергию W поля конденсатора и силу F взаимного притяжения пластин.

263. Емкость плоского конденсатора C = 100 пФ. Диэлектрик – фарфор. Конденсатор зарядили до разности потенциалов U = 600 В и отключили от источника напряжения. Какую работу нужно совершить, чтобы вынуть ди-

электрик из конденсатора?

264. Плоский конденсатор состоит из двух круглых пластин радиусом R = 20 см каждая. Расстояние между пластинами d = 5 мм. Конденсатор присоединен к источнику напряжения U = 3 кВ. Определить заряд и напряженность поля конденсатора, если диэлектриком будут: а) воздух; б) стекло.

265. К воздушному конденсатору, заряженному до разности потенциалов U_1= 500 В и отключенному от источника напряжения, присоединен параллельно второй конденсатор таких же размеров и формы, но с другим диэлектриком (стекло). Определить диэлектрическую проницаемость ε стекла, если после присоединения второго конденсатора разность потенциалов уменьшилась до U_2 = 70 В.

266. Определить число электронов, проходящих в секунду через единицу площади поперечного сечения железной проволоки длиной l=10 м при напряжении на ее концах U = 6 В.

267. В сеть с напряжением U = 120 В включили катушку с сопротивлением r = 5 кОм и вольтметр, соединенные последовательно. Показание вольтметра U_1= 80 В. Когда катушку заменили другой, вольтметр показал $U_1 = 50B$. Определить сопротивление другой катушки.

268. ЭДС батареи ε = 12 В. Наибольшая сила тока, которую может дать батарея, I_{max} = 6 А. Определить максимальную мощность P_{max} , которая может выделяться во внешней цепи.

269. Катушка и амперметр соединены последовательно и присоединены к источнику тока. К клеммам катушки присоединен вольтметр с сопротивлением r = 2 кОм. Амперметр показывает I = 0,25 А, вольтметр U = 100 В. Определить сопротивление катушки. Сколько процентов составит ошибка, если при определении сопротивления катушки не будет учтено сопротивление вольтметра?

270. От батареи, ЭДС которой ε= 500 В, требуется передать энергию на расстояние l = 2,5 км. Потребляемая мощность P = 10 кВт. Найти минимальные потери мощности в сети, если диаметр медных подводящих проводов d = 1,5 см.

271. ЭДС батареи ε = 60 В, внутреннее сопротивление r_i = 4 Ом. Внешняя цепь потребляет мощность P = 125 Вт. Определить силу тока I в цепи, напряжение U, под которым находится внешняя цепь, и ее сопротивление r.

272. ЭДС батареи ε = 8 В. При силе тока I = 2 А к. п. д. батареи η =0,75. Определить внутреннее сопротивление r_i батареи.

273. При внешнем сопротивлении r_1 = 3 Ом сила тока в цепи $I_1 = 0{,}3\,\text{А}$, при сопротивлении r_2 = 5 Ом сила тока I_2 = 0,2 А. Определить силу тока короткого замыкания источника ЭДС.

274. Ток в проводнике сопротивлением r = 100 Ом за время t = 30 с равномерно нарастает от I_1 = 0 до I_2 = 10 А. Определить теплоту Q, выделившуюся за это время в проводнике.

275. Ток в проводнике сопротивлением r = 15 Ом за время t = 5 с равномерно возрастает от нуля до некоторого максимума. За это время в проводнике выделилась теплота Q = 10 кДж. Определить среднее значение силы тока $\langle I \rangle$ в проводнике за этот промежуток времени.

276. Сила тока в проводнике меняется со временем по закону $I = I_0 \sin\omega t$. Найти заряд, протекший через поперечное сечение проводника за половину периода T, если начальная сила тока I_0 = 5 А, циклическая частота $\omega = 100\pi c^{-1}$.

277. В проводнике за время t = 10 с при равномерном возрастании тока от I_1 = 0 до I_2 = 2 А выделилась теплота Q = 2 кДж. Найти сопротивление r проводника.

278. По проводнику сопротивлением r = 3 Ом течет равномерно возрастающий ток. За время t = 8 с в проводнике выделилась теплота $Q = 200$ Дж. Определить заряд q, протекший за это время по проводнику. В момент времени, принятый за начальный, ток в проводнике был равен нулю.

279. Сила тока в проводнике меняется со временем по закону $I = I_0 l^{-\alpha t}$. Начальная сила тока I_0 = 10 А, $\alpha = 10^3$ с$^{-1}$. Определить теплоту, выделившуюся в проводнике за время $t = 10^{-3}$ с.

280. Сила тока в проводнике сопротивлением r = 12 Ом равномерно убывает от I_1 = 5 А до I_2 = 0 в течение t = 10 с. Определить теплоту Q, выделившуюся в этом проводнике за указанный промежуток времени.

281. Сила тока в проводнике равномерно увеличивается от нуля до некоторого максимального значения в течение времени t = 10 с. За это время в проводнике выделилась теплота Q = 1 кДж. Определить скорость нарастания тока в проводнике, если сопротивление его $r = 3$ Ом.

282. Определить силу тока в каждом элементе и напряжение на зажимах реостата (см. рис. 23), если ε_1 = 8 В, r_1 = 1 Ом, ε_2 = 4 В, $r_2 = 0{,}5$ Ом и r = 50 Ом.

283. Два источника тока ε_1 = 14 В с внутренним сопротивлением $r_1 = 2 Ом$ и ε_2 = 6 В с внутренним сопротивлением $r_1 = 4 Ом$, а также реостат r = 10 Ом соединены, как показано на рис. 26. Определить силы тока в реостате и в источниках тока.

284. Три сопротивления r_1 = 5 Ом, r_2 = 1 Ом и r_3 = 3 Ом, а также источник тока ε_1 = 1,4 В соединены, как показано на рис. 26. Определить ЭДС источника, который надо подключить в цепь между точками A и B, чтобы в сопротивлении r_3 шел ток силой 1 А в направлении, указанном стрелкой. Сопро-

тивлением источников тока пренебречь.

285. Определить разность потенциалов между точками A и B (рис. 26), если $\varepsilon_1 = 3$ В, $\varepsilon_2 = 2$ В, $r_1 = 1$ Ом, $r_2 = 5$ Ом, $r_3 = 3$ Ом. Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.

286. Сопротивление $r = 4$ Ом подключено к двум параллельно соединенным источникам тока с ЭДС $\varepsilon_1 = 2{,}2$ В и $\varepsilon_2 = 1{,}4$ В и внутренним сопротивлением $r_1 = 0{,}6$ Ом и $r_2 = 0{,}4$ Ом. Определить силу тока в сопротивлении r и напряжение на зажимах второго источника тока.

287. Определить силы токов на всех участках электрической цепи (см. рис. 14), если $\varepsilon_1 = 3$ В, $\varepsilon_2 = 8$ В, $r_1 = 4$ Ом, $r_2 = 3$ Ом, $r_3 = 1$ Ом, $r_4 = = 2$ Ом. Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.

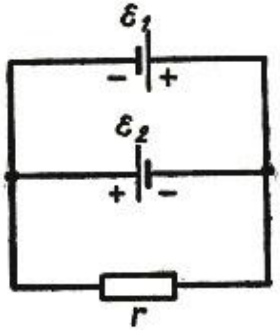


Рис. 25

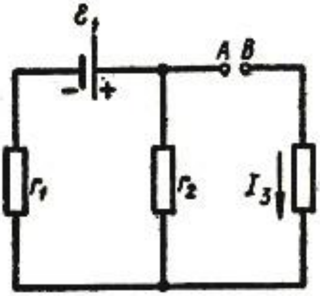


Рис. 26

288. Определить силу тока в сопротивлении r_3 (рис. 27) и напряжение на концах этого сопротивления, если $\varepsilon_1 = 4$ В, $\varepsilon_2 = 3$ В, $r_1 = 2\,\text{Ом}$, $r_2 = 6$ Ом, $r_3 = 1\,Ом$. Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.

289. Две батареи ($\varepsilon_1 = 10$ В, $r_1 = 1$ Ом, $\varepsilon_2 = 8$ В, $r_2 = 2$ Ом) и реостат ($r = 6$ Ом) соединены, как показано на рис. 25. Определить силу тока в батареях и реостате.

290. Лампочка и реостат, соединенные последовательно, присоединены к источнику тока. Напряжение U на зажимах лампочки равно 40 В, сопротивление R реостата равно 10 Ом. Внешняя цепь потребляет мощность $P = 120\,Вт$. Найти силу тока I в цепи.

291. ЭДС батареи аккумуляторов $\text{Е} = 12\,\text{В}$, сила тока I короткого замыкания равна 5 А. Какую наибольшую мощность P_{max} можно получить во внешней цепи, соединенной с такой батареей?

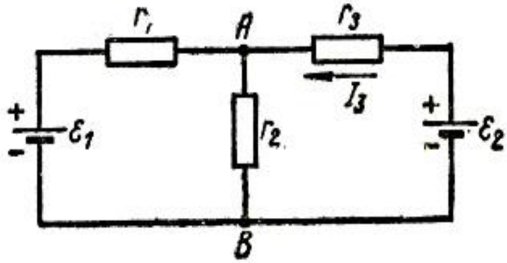


Рис. 27

292. К батарее аккумуляторов, ЭДС которой равна 2 В и внутреннее сопротивление $r = 0{,}5$ Ом, присоединен проводник. Определить: 1) сопротивление R проводника, при котором мощность, выделяемая в нем, максимальна; 2) мощность P, которая при этом выделяется в проводнике.

293. ЭДС батареи равна 20 В. Сопротивление R внешней цепи равно 2 Ом, сила тока $I = 4$ А. Найти КПД батареи. При каком значении внешнего сопротивления R КПД будет равен 99%?

294. К зажимам батареи аккумуляторов присоединен нагреватель. ЭДС батареи равна $E = 24$ В, внутреннее сопротивление $r = 1$ Ом. Нагреватель, включенный в цепь, потребляет мощность $P = 80$ Вт. Вычислить силу тока I в цепи и КПД η нагревателя.

295. Обмотка электрического кипятильника имеет две секции. Если включена только первая секция, то вода закипает через $t_1 = 15$ мин, если только вторая, то через $t_1 = 30$ мин. Через сколько минут закипит вода, если обе секции включить последовательно? параллельно?

296. При силе тока $I_1 = 3$ А во внешней цепи батареи аккумуляторов выделяется мощность $P_1 = 18$ Вт, при силе тока $I_1 = 1$ А – соответственно $P_2 = 10$ Вт. Определить ЭДС и внутреннее сопротивление r батареи.

297. Сила тока в проводнике сопротивлением $r = 100$ Ом равномерно нарастает от $I_0 = 0$ до $I_{max} = 10$ А в течение времени $t = 30$ с. Определить количество теплоты Q, выделившееся за это время в проводнике.

298. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 12$ Ом равномерно убывает от $I_0 = 5$ А до $I = 0$ в течение времени $t = 10$ с. Какое количество теплоты Q выделяется в этом проводнике за указанный промежуток времени?

299. По проводнику сопротивлением $R = 3$ Ом течет ток, сила которого возрастает. Количество теплоты Q, выделившееся в проводнике за время $t = 8$ с, равно 200 Дж. Определить количество электричества q, протекшее за это время по проводнику. В начальный момент времени сила тока в проводнике равна нулю.

300. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 15$Ом равномерно возрастает от $I_0 = 0$ до некоторого максимального значения в течение времени $t = 5$ с. За это время в проводнике выделилось количество теплоты $Q = 10кДж$. Найти среднюю силу тока $\langle I \rangle$ в проводнике за этот промежуток времени.

301.Напряженность магнитного поля H = 100 А/м. Вычислить магнитную индукцию B этого поля в вакууме.

302. По двум длинным параллельным проводам текут в одинаковом направлении токи I_1 = 10 А и I_2 = 15 А. Расстояние между проводами $a = 10$см. Определить напряженность H магнитного поля в точке, удаленной от первого провода на r_1 = 8 см и от второго на r_2 = 6 см.

303. Решить задачу 302 при условии, что токи текут в противоположных направлениях, точка удалена от первого проводника на r_1 = 15 см и от второго на r_2 = 10 см.

304. По тонкому проводнику, изогнутому в виде правильного шестиугольника со стороной a = 10 см, идет ток I = 20 А. Определить магнитную индукцию в центре шестиугольника.

305. Обмотка соленоида содержит два слоя плотно прилегающих друг к другу витков провода диаметром d = 0,2 мм. Определить магнитную индукцию В на оси соленоида, если по проводу идет ток I = 0,5 А.

306. В однородное магнитное поле с индукцией B = 0,01 Тл помещен прямой проводник длиной I = 20 см (подводящие провода находится вне поля). Определить силу F, действующую на проводник, если по нему течет ток I = 50 А, а угол между направлением тока и вектором магнитной индукции φ = 30°.

307. Рамка с током I = 5 А содержит N = 20 витков тонкого провода. Определить магнитный момент $p_м$ рамки с током, если ее площадь $S = 10 см^2$.

308. По витку радиусом R = 10 см течет ток I = 50 А. Виток помещен в однородное магнитное поле индукцией B = 0,2 Тл. Определить момент сил M, действующий на виток, если плоскость витка составляет угол φ = 60° с линиями индукции.

309. Протон влетел в магнитное поле перпендикулярно линиям индукции и описал дугу радиусом R = 10 см. Определить скорость протона, если магнитная индукция B = 1 Тл.

310. Определить частоту n обращения электрона по круговой орбите в магнитном поле с индукцией B = 1 Тл.

311. Электрон в однородном магнитном поле движется по винтовой линии радиусом R = 5 см и шагом h = 20 см. Определить скорость электрона, если магнитная индукция B = 0,1 мТл.

312. Кольцо радиусом R = 10 см находится в однородном магнитном по-

ле с индукцией B = 0,318 Тл. Плоскость кольца составляет угол $\varphi = 30^\circ$ с линиями индукции. Вычислить магнитный поток, пронизывающий кольцо.

313. По проводнику, согнутому в виде квадрата со стороной $a = 10\text{см}$, течет ток I = 20 А. Плоскость квадрата перпендикулярна магнитным силовым линиям поля. Определить работу A, которую необходимо совершить для того, чтобы удалить проводник за пределы поля. Магнитная индукция B = 0,1 Тл. Поле считать однородным.

314. Проводник длиной l = 1 м движется со скоростью υ = 5 м/с перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля. Определить магнитную индукцию B, если на концах проводника возникает разность потенциалов U = 0,02 В.

315. Рамка площадью S = 50 см^2, содержащая N = 100 витков, равномерно вращается в однородном магнитном поле (B = 40 мТл). Определить максимальную ЭДС индукции, если ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции, а рамка вращается с частотой n = 960 об/мин.

316. Кольцо из проволоки сопротивлением r = 1 мОм находится в однородном магнитном поле (B = 0,4 Тл). Плоскость кольца составляет угол φ = 90° с линиями индукции. Определить заряд, который протечет по кольцу, если его выдернуть из поля. Площадь кольца S = 10 см^2.

317. Соленоид содержит N = 4000 витков провода, по которому течет ток I = 20 А. Определить магнитный поток Φ и потокосцепление Ψ, если индуктивность L = 0,4 Гн.

318. На картонный каркас длиной l = 50 см и площадью сечения S=4 см^2 намотан в один слой провод диаметром d = 0,2 мм так, что витки плотно прилегают друг к другу (толщиной изоляции пренебречь). Определить индуктивность L, получившегося соленоида.

319. Определить силу тока в цепи через t = 0,01 с после ее размыкания. Сопротивление цепи r = 20 Ом и индуктивность L = 0,1 Гн. Сила тока до размыкания цепи I_0 = 50 А.

320. По обмотке соленоида индуктивностью L = 0,2 Гн течет ток I=10 А. Определить энергию W магнитного поля соленоида.

321. По двум длинным параллельным проводам, расстояние между которыми d = 6 см, текут одинаковые токи I = 12 А. Определить индукцию B и напряженность H магнитного поля в точке, удаленной от каждого провода на расстояние r = 6 см, если токи текут: а) в Одинаковом направлении; б) в противоположных направлениях.

322. Два бесконечно длинных прямых проводника скрещены под прямым углом. По проводникам текут токи I_1 = 80 А и I_2 = 60 А. Расстояние между проводниками d = 10 см. Определить индукцию магнитного поля в точке, лежащей на середине общего перпендикуляра к проводникам

323. По проводнику, согнутому в виде прямоугольника со сторонами a = 6 см и b = 10 см, течет ток силой I = 20 А. Определить напряженность H

и индукцию B магнитного поля в точке пересечения диагоналей прямоугольника.

324. По контуру в виде равностороннего треугольника идет ток силой I = 40 А. Сторона треугольника a = 30 см. Определить магнитную индукцию B в точке пересечения высот.

325. Ток силой I = 20 А идет по проводнику, согнутому под прямым углом. Найти напряженность магнитного поля в точке, лежащей на биссектрисе этого угла и отстоящей от вершины угла на расстояние b=10 см. Считать, что оба конца проводника находятся очень далеко от вершины угла.

326. Магнитная стрелка помещена в центре кругового витка, плоскость которого расположена вертикально и составляет угол $\varphi = 90°$ с плоскостью магнитного меридиана. Радиус окружности $R = 10\text{см}$. Определить угол, на который повернется магнитная стрелка, если по проводнику пойдет ток силой I = 1,6 А (дать два ответа). Горизонтальную составляющую индукции земного магнитного поля принять равной B = 20 мкТл.

327. По проводнику, изогнутому в виде окружности, течет ток. Напряженность магнитного поля в центре окружности H = 20 А/м. Не изменяя силы тока в проводнике, ему придали форму квадрата. Определить напряженность магнитного поля в точке пересечения диагоналей этого квадрата.

328. Проволочный виток радиусом R = 20 см расположен в плоскости магнитного меридиана. В центре витка установлена небольшая магнитная стрелка, могущая вращаться вокруг вертикальной оси. На ка-кой угол отклонится стрелка, если по витку пустить ток силой I = 12 А? Горизонтальную составляющую индукции земного магнитного поля принять равной B = 20 мкТл.

329. Короткая катушка площадью поперечного сечения S = 150 см^2, содержащая N = 200 витков провода, по которому течет ток силой $I = 4\,\text{А}$, помещена в однородное магнитное поле напряженностью H=8000 А/м Найти: 1) магнитный момент $p_м$ катушки; 2) вращающий момент M, действующий на катушку со стороны поля, если ось катушки составляет угол φ = 60° с линиями поля.

330. Виток диаметром d = 20 см может вращаться около вертикальной оси, совпадающей с одним из диаметров витка. Виток установили в плоскости магнитного меридиана и пустили по нему ток силой I = 10 А. Какой вращающий момент M нужно приложить к витку, чтобы удержать его в начальном положении? Горизонтальную составляющую индукции магнитного поля Земли принять равной B = 20 мкТл.

331. Напряженность магнитного поля в центре кругового витка H=200 А/м. Магнитный момент витка $p_м$ = 1 А$\cdot$м^2. Вычислить силу тока I в витке и радиус R витка.

332. По двум параллельным проводам длиной l = 2,5 м каждый текут одинаковые токи силой I = 1000 А. Расстояние между проводами d= 20 см. Определить силу F взаимодействия проводов.

333. По трем параллельным прямым проводам, находящимся на одинаковом расстоянии d = 10 см друг от друга, текут токи одинаковой силы I = 100 А. В двух проводах направления токов совпадают. Вычислить силу, действующую на единицу длины каждого провода.

334. Квадратная проволочная рамка расположена в одной плоскости с длинным прямым проводом так, что две ее стороны параллельны проводу. По рамке и проводу текут одинаковые токи силой I = 100 А. Определить силу, действующую на рамку, если ближайшая к проводу сторона рамки находится от него на расстоянии, равном ее длине.

335. Виток радиусом R = 10 см, по которому течет ток силой $I = 20\,\text{А}$, свободно установился в однородном магнитном поле напряженностью $H = 10^3$ А/м. Виток повернули относительно диаметра на угол φ = 60°. Определить совершенную работу.

336. Прямой провод длиной l = 20 см, по которому течет ток силой $I = 50\,\text{А}$, движется в однородном магнитном поле с индукцией B=2Тл. Какую работу A совершат силы, действующие на провод со стороны поля, переместив его на s = 10 см, если направление перемещения перпендикулярно линиям индукции и длине провода?

337. Диск радиусом R = 10 см несет равномерно распределенный по поверхности заряд Q = 0,2 мкКл. Диск равномерно вращается относительно оси, проходящей через его центр и перпендикулярной плоскости диска. Частота вращения n = 20 $с^{-1}$. Определить: 1) магнитный момент кругового тока, создаваемого диском; 2) отношение магнитного момента к моменту импульса ($p_м/L$,), если масса диска m = 100 г.

338. Из тонкой проволоки, масса которой m = 2 г, изготовлена квадратная рамка. Рамка свободно подвешена на неупругой нити и по ней пропущен ток силой I = 6 А. Определить период T малых колебаний рамки в магнитном поле с индукцией B = 2 мТл.

339. Тонкое кольцо радиусом R = 10 см несет заряд Q = 10 нКл. Кольцо равномерно вращается относительно оси, совпадающей с одним из диаметров кольца, с частотой n = 10 $с^{-1}$. Определить: 1) магнитный момент $p_м$, обусловленный вращением заряженного кольца; 2) отношение магнитного момента к моменту импульса ($p_м/L$), если кольцо имеет массу m = 20 г.

340. Тонкий проводник в виде кольца массой m = 3 г свободно подвешен на неупругой нити в однородном магнитном поле. По кольцу течет ток силой I = 2 А. Период T малых крутильных колебаний относительно вертикальной оси равен 1,2 с. Найти индукцию B магнитного поля.

341. На оси контура с током, магнитный момент которого $p_м = 10^{-2}\ \text{А} \cdot \text{м}^2$, находится другой такой же контур. Магнитный момент второго контура перпендикулярен оси. Вычислить механический момент M, действующий на второй контур. Расстояние между контурами $r = 50\,\text{см}$. Размеры контуров малы по сравнению с расстоянием между ними.

342. Электрон в невозбужденном атоме водорода движется вокруг ядра

по окружности радиуса $r = 0{,}53 \cdot 10^{-8}$ см. Вычислить магнитный момент $p_м$ эквивалентного кругового тока и механический момент M, действующий на круговой ток, если атом помещен в магнитное поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл, направленной параллельно плоскости орбиты электрона.

343. Электрон в атоме водорода движется вокруг ядра по круговой орбите некоторого радиуса. Найти отношение магнитного момента $p_м$ эквивалентного кругового тока к моменту импульса L орбитального движения электрона. Заряд электрона и его массу считать известными. Указать на чертеже направление векторов $\vec{p}_м$ и $\vec{L}$.

344. По тонкому стержню длиной $l = 20$ см равномерно распределен заряд $q = 240$ нКл. Стержень приведен во вращение с постоянной угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его середину. Определить: 1) магнитный момент $p_м$ обусловленный вращением заряженного стержня; 2) отношение магнитного момента к моменту импульса ($p_м/L$), если стержень имеет массу $m = 12$ г.

345. Электрон движется в однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции. Определить силу F действующую на электрон со стороны поля, если индукция поля $B = 0{,}1$ Тл, а радиус кривизны траектории $R = 0{,}5$ см.

346. Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле напряженностью $H = 2{,}5 \cdot 10^4$ А/м. Определить период T обращения электрона.

347. Протон влетел в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 30°$ к направлению поля и движется по спирали, радиус которой $R = 1{,}5$ см. Индукция магнитного поля $B = 0{,}1$ Тл. Найти кинетическую энергию протона.

348. Электрон движется в магнитном поле с индукцией $B = 1$ мТл по окружности радиусом $R = 0{,}5$ см. Какова кинетическая энергия T электрона? Ответ дать в джоулях и электрон вольтах.

349. Частица, несущая один элементарный заряд, влетела в однородное магнитное поле индукцией $B = 0{,}5$ Тл под углом $\alpha = 60°$ к направлению линий индукции. Определить силу Лоренца $F_л$, если скорость частицы $\upsilon = 10$ м/с.

350. Заряженная частица с энергией $T = 1$ кэВ движется в однородном магнитном поле по окружности радиусом $R = 1$ мм. Определить силу $F_л$, действующую на частицу со стороны поля.

351. Частица, несущая один элементарный заряд, влетела в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}05$ Тл. Определить момент импульса L, которым обладала частица при движении в магнитном поле, если траектория ее представляла дугу окружности радиусом $R = 0{,}2$ мм.

352. Протон и электрон, ускоренные одинаковой разностью потенциалов, влетают в однородное магнитное поле. Во сколько раз радиус R_1 кривизны траектории протона больше радиуса R_2 кривизны траектории электрона?

353. Однородное электрическое ($E = 1000$ В/м) и магнитное

(H = 1000 А/м) поля совпадают по направлению. Определить нормальное α_n и тангенциальное α_τ ускорения протока, движущегося в этих полях по направлению силовых линий со скоростью $\upsilon = 8 \cdot 10^5$ м/с. Определить также α_n и α_τ в момент вхождения протона в поля с той же скоростью, если бы он двигался перпендикулярно силовым линиям.

354. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией B = 9 мТл по винтовой линии, радиус которой R = 1 см и шаг h = 7,8 см. Определить период T обращения электрона и его скорость υ.

355. Альфа-частица, находясь в однородном магнитном поле индукцией B = 1 Тл, движется по окружности. Определить силу I эквивалентного кругового тока, создаваемого движением альфа-частицы.

356. Перпендикулярно магнитному полю напряженностью $H = 10^4$ А/м возбуждено электрическое поле напряженностью $E = 1000$ В/см. Перпендикулярно обоим полям движется, не отклоняясь от прямолинейной траектории, заряженная частица. Определить скорость υ частицы.

357. В однородном магнитном поле с индукцией B = 2 Тл движется протон. Траектория его движения представляет собой винтовую линию с радиусом R = 10 см и шагом h = 60 см. Определить кинетическую энергию протона.

358. Плоский конденсатор, между пластинами которого создано электрическое поле напряженностью E = 200 В/м, помещен в магнитное поле так, что силовые линии полей взаимно перпендикулярны. Какова должна быть индукция 5 магнитного поля, чтобы электрон с начальной энергией T = 1 кэВ, влетевший в пространство между пластинами конденсатора перпендикулярно силовым линиям магнитного поля, не изменил направление скорости?

359. Заряженная частица прошла ускоряющую разность потенциалов U = 104 В и влетела в скрещенные под прямым углом электрическое (E = 100 В/м) и магнитное (B = 0,1 Тл) поля. Определить отношение заряда частицы к ее массе, если, двигаясь перпендикулярно обоим полям, частица не испытывает отклонений от прямолинейной траектории.

360. Два иона с одинаковыми зарядами, пройдя одну и ту же ускоряющую разность потенциалов, влетели в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции. Один ион, масса которого m=16 а. е. м. описал дугу окружности радиусом R_1 = 4 см. Определить массу (в атомных единицах массы) другого иона, который описал дугу окружности радиусом R_2 = 4,9 см.

361. В средней части соленоида, содержащего n = 10 витков на каждый сантиметр длины, помещен круговой виток диаметром d = 1 см. Плоскость витка расположена под углом φ = 30° к оси соленоида. Определить магнитный поток Ф, пронизывающий виток, если по обмотке соленоида течет ток силой I = 10 А.

362. Квадратный контур со стороной a = 20 см, в котором течет ток силой I = 5 А, находится в магнитном поле с индукцией B = 0,5 Тл под углом α

= 30° к линиям индукции. Какую работу нужно совершить, чтобы при неизменной силе тока в контуре изменить его форму с квадрата на окружность?

363. Плоский контур с током силой I = 10 А свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией. B = 0,1 Тл. Площадь контура S = 100 см^2. Поддерживая ток в контуре неизменным, его повернули относительно оси, лежащей в плоскости контура, на угол α = 60°. Определить совершенную при этом работу.

364. В однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции расположен плоский контур площадью S = 400 см^2. Поддерживая в контуре постоянную силу тока I = 20 А, его переместили из поля в область пространства, где поле отсутствует. Определить индукцию B магнитного поля, если при перемещении контура была совершена работа A = 0,2 Дж.

365. На длинный картонный каркас диаметром D = 2 см уложена однослойная обмотка (виток к витку) из проволоки диаметром d=0,5 мм. Определить магнитный поток Ф, создаваемый таким соленоидом при силе тока I = 4 А.

366. Плоский контур площадью S = 10 см^2 находится в однородном магнитном поле индукцией B = 0,02 Т. Определить магнитный поток Ф, пронизывающий контур, если плоскость его составляет угол φ = 70° с направлением линий индукций.

367. Поток магнитной индукции сквозь один виток соленоида $\Phi = 5\,\text{мкВб}$. Длина соленоида l = 25 см. Найти магнитный момент $p_м$ соленоида, если его витки плотно прилегают друг к другу.

368. Виток, в котором поддерживается постоянная сила тока $I = 50\,\text{А}$, свободно установился в однородном магнитном поле (B=0,025 Тл). Диаметр витка d = 20 см. Какую работу A нужно совершить для того, чтобы повернуть виток относительно оси, совпадающей с диаметром, на угол α = π?

369. Рамка, содержащая N = 1500 витков площадью S = 50 см^2, равномерно вращается с частотой n = 960 об/мин в магнитном поле напряженностью H = 105 А/м. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям напряженности. Определить максимальную ЭДС индукции, возникающую в рамке.

370. Проволочный виток радиусом R = 4 см и сопротивлением r=0,01 Ом находится в однородном магнитном поле (В = 0,2 Тл). Плоскость витка составляет угол φ = 30° с линиями индукции. Какой заряд протечет по витку при выключении магнитного поля?

371. В проволочное кольцо, присоединенное к баллистическому гальванометру, вставили прямой магнит. При этом по цепи прошел заряд Q = 10 мкКл. Определить изменение магнитного потока ΔФ через кольцо, если сопротивление цепи гальванометра r = 30 Ом.

372. Рамка из провода сопротивлением r = 0,01 Ом равномерно вращается в однородном магнитном поле (B = 0,05 Тл). Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции. Площадь рамки

S = 100 см^2. Определить заряд Q, который протечет через рамку при изменении угла между нормалью к рамке и линиями индукции: 1) от 0 до 30°; 2) от 30 до 60°; 3) от 60 до 90°.

373. Рамка площадью S = 200 см^2 равномерно вращается с частотой $n = 10^{-1}$ относительно оси, лежащей в плоскости рамки и перпендикулярной линиям индукции однородного магнитного поля (B= 0,2 Тл). Определить среднее значение ЭДС индукции за время, в течение которого магнитный поток, пронизывающий рамку, изменится от нуля до максимального значения.

374. Тонкий медный проводник массой m = 1 г согнут в виде квадрата и концы его замкнуты. Квадрат помещен в однородное магнитное поле (B = 0,1 Тл) так, что его плоскость перпендикулярна линиям поля. Определить заряд Q, который протечет по проводнику, если квадрат, потянув за противоположные вершины, вытянуть в линию.

375. В однородном магнитном поле напряженностью H = 2000 А/м, равномерно с частотой $n = 10^{-1}$ вращается стержень длиной l = 20 см так, что плоскость его вращения перпендикулярна линиям напряженности, а ось вращения проходит через один из его концов. Определить индуцируемую на концах стержня разность потенциалов.

376. В однородном магнитном поле индукцией B = 0,4 Тл вращается с частотой n = 16 об/с стержень длиной l = 10 см. Ось вращения параллельна линиям индукции и проходит через один из концов стержня, перпендикулярно к его оси. Определить разность потенциалов на концах стержня.

377. На картонный каркас длиной l = 0,6 м и диаметром D = 2 см намотан в один слой провод диаметром d = 0,4 мм так, что витки плотно прилегают друг к другу. Вычислить индуктивность L получившегося соленоида.

378. Индуктивность L соленоида, намотанного в один слой на немагнитный каркас, равна 0,2 мГн. Длина соленоида l = 0,5 м, диаметр D = 1 см. Определить число витков n, приходящихся на единицу длины соленоида.

379. Катушка, намотанная на немагнитный цилиндрический каркас, имеет N = 750 витков и индуктивность L_1 = 25 мГн. Чтобы увеличить индуктивность катушки до L_2 = 36 мГн, обмотку катушки сняли и заменили обмоткой из более тонкой проволоки с таким расчетом, чтобы длина катушки осталась прежней. Сколько витков оказалось в катушке после перемотки?

380. На железный полностью размагниченный сердечник диаметром D = 3 см и длиной l = 60 см намотано в один слой N = 1200 витков провода. Вычислить индуктивность получившегося соленоида при силе тока I = 0,5 А (рис. 28).

381. Обмотка соленоида с железным сердечником содержит N=500 витков. Длина сердечника l = 50 см. Как и во сколько раз изменится индуктивность L соленоида, если сила тока, протекающего по обмотке, возрастет от I_1 = 0,1 А до I_2 = 1 А (рис. 28)?

382. Соленоид имеет стальной полностью размагниченный сердечник объемом V = 200 см^3. Напряженность H магнитного поля соленоида при силе

тока I = 0,5 А равна 700 А/м. Определить индуктивность L соленоида (рис. 28).

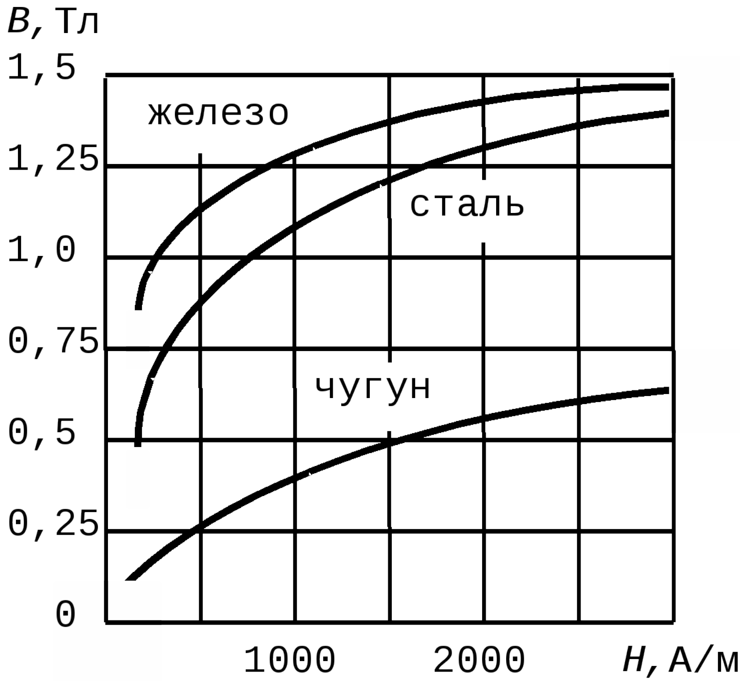


Рис. 28

383. Соленоид содержит N = 800 витков. При силе тока I = 6 А магнитный поток Ф = 30 мкВб. Определить индуктивность L соленоида.

384. Соленоид сечением S = 6 см ^{2} содержит N = 1500 витков. Индукция B магнитного поля внутри соленоида при силе тока I = 4 А равна 0,08 Тл. Определить индуктивность L соленоида.

385. Источник тока замкнули на катушку сопротивлением r = 20 Ом и индуктивностью L = 0,4 Гн. Через сколько времени сила тока в цепи достигнет 95% максимального значения?

386. По замкнутой цепи с сопротивлением r = 23 Ом течет ток. Через 10 мс после размыкания цепи сила тока в ней уменьшилась в 10 раз. Определить индуктивность цепи.

387. Источник тока замкнули на катушку сопротивлением $r = 10 \text{Ом}$. По истечении времени t = 0,23 с сила тока I замыкания достигла 0,9 предельного

значения. Определить индуктивность катушки.

388. Соленоид содержит N = 600 витков. Сечение сердечника (из немагнитного материала) S = 8 см^2. По обмотке течет ток, создающий поле с индукцией B = 5 мТл. Определить среднее значение ЭДС самоиндукции, которая возникает на зажимах соленоида, если ток уменьшается практически до нуля за время Δt = 0,6 мс.

389. В электрической цепи, содержащей сопротивление r = 10 Ом и индуктивность L = 0,05 Гн, течет ток силой I = 60 А. Определить силу тока в цепи через Δt = 0,6 мс после ее размыкания.

390. Цепь состоит из катушки индуктивностью L = 1 Гн и источника тока. Источник тока можно отключать, не разрывая цепь. Время, по истечении которого сила тока уменьшится до 0,001 первоначального значения, равно t = 0,69 с. Определить сопротивление катушки.

391. По катушке индуктивностью L = 5 мкГн течет ток силой $I = 3\,\text{А}$. При выключении тока он изменяется практически до нуля за время Δt = 8 мс. Определить среднее значение ЭДС самоиндукции, возникающей в контуре.

392. Силу тока в катушке равномерно увеличивают при помощи реостата на ΔI = 0,5 А в секунду. Найти среднее значение ЭДС самоиндукции, если индуктивность катушки L = 2 мГн.

393. Обмотка соленоида содержит n = 10 витков на каждый сантиметр длины. При какой силе тока объемная плотность энергии магнитного поля будет равна 1 Дж/м^3? Сердечник выполнен из немагнитного материала, и магнитное поле во всем объеме однородно.

394. Соленоид имеет длину l = 1 мм сечение S = 20 см^2. При некоторой силе тока, протекающего по обмотке, в соленоиде создается магнитный поток Ф = 80 мкВб. Чему равна энергия W магнитного поля соленоида? Сердечник выполнен из немагнитного материала, и магнитное поле во всем объеме однородно.

395. Обмотка тороида имеет n = 8 витков на каждый сантиметр длины (по средней линии тороида). Вычислить объемную плотность энергии ω магнитного поля при силе тока I = 20 А. Сердечник выполнен из немагнитного материала, и магнитное поле во всем объеме однородно.

396. Магнитный поток Ф соленоида сечением S = 10 см^2 равен $10\,\text{мкВб}$. Определить объемную плотность ω энергии магнитного поля соленоида. Сердечник выполнен из немагнитного материала, и магнитное поле во всем объеме однородно.

397. Тороид диаметром (по средней линии) D = 40 см и площадью сечения S = 10 см^2 содержит N = 1200 витков. Вычислить энергию магнитного поля тороида при силе тока I = 10 А. Сердечник выполнен из немагнитного материала, и магнитное поле во всем объеме однородно.

398. Соленоид содержит N = 800 витков. При силе тока I = 1 А магнитный поток Ф = 0,1 мВб. Определить энергию W магнитного поля соленоида. Сердечник выполнен из немагнитного материала, и магнитное поле во всем объеме однородно.

399. Определить плотность ω энергии магнитного поля в центре кольцевого проводника, имеющего радиус R = 25 см и содержащего $N=100$ витков. Сила тока в проводнике I = 2 А.

400. При какой силе тока в прямолинейном бесконечно длинном проводнике плотность энергии ω магнитного поля на расстоянии $r = 1 \text{см}$ от проводника равна 0,1 Дж/м^3?

5. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА
5.1 Основные формулы
Интерференция света

Скорость света в среде

$$v=c/n,$$

где c — скорость света в вакууме; n — абсолютный показатель преломления среды.

Оптическая длина пути световой волны

$$L=nl,$$

где l — геометрическая длина пути световой волны в среде с показателем преломления n.

Оптическая разность хода двух световых волн

$$\Delta=L_1—L_2.$$

Оптическая разность хода световых волн, отраженных от верхней и нижней поверхностей тонкой плоскопараллельной пластинки или пленки, находящейся в воздухе (рис. 29, *б),*

$$\Delta=2d\sqrt{n^2-\sin^2 i_1}+\lambda/2\text{ , или } \Delta=2dn\cos i_2+\lambda/2,$$

где d — толщина пластинки (пленки); i_1 — угол падения; i_2 — угол преломления.

Второе слагаемое в этих формулах учитывает изменение оптической длины пути световой волны на $\lambda/2$ при отражении ее от среды оптически более плотной.

В проходящем свете (рис. 29, *а)* отражение световой волны происходит от среды оптически менее плотной и дополнительной разности хода световых лучей не возникает.

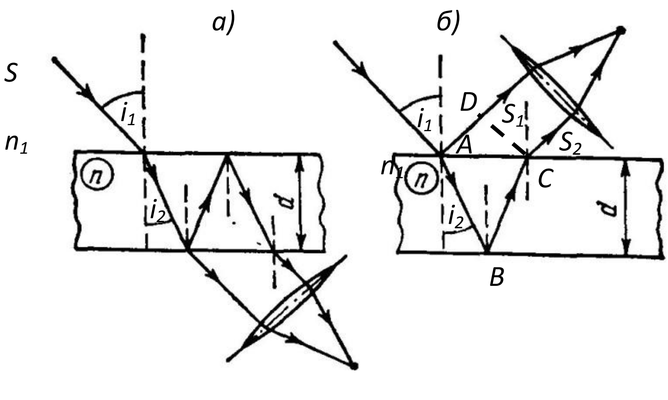


Рис. 29

Связь разности фаз $\Delta\varphi$ колебаний с оптической разностью хода волн

$$\Delta\varphi=2\pi\Delta/\lambda..$$

Условие максимумов интенсивности света при интерференции

$$\Delta=\pm k\lambda\ (k=0,1,2,3,\ \ldots).$$

Условие минимумов интенсивности света при интерференции

$$\Delta=\pm(2k+1)\ (\lambda/2).$$

Радиусы светлых колец Ньютона в отраженном свете (или темных в проходящем)

$$r_k=\sqrt{(2k-1)R(\lambda/2)}\ .$$

где k — номер кольца (k=1, 2, 3, …); R — радиус кривизны поверхности линзы, соприкасающейся с плоскопараллельной стеклянной пластинкой.

Радиусы темных колец в отраженном свете (или светлых в проходящем)

$$r_k=\sqrt{kR\lambda}\ .$$

Дифракция света.

Радиус k-ой. зоны Френеля:

для сферической волны

$$\rho_k=\sqrt{\frac{ab}{a+b}k\lambda}\ ,$$

где a — расстояние диафрагмы с круглым отверстием от точечного источника света; b — расстояние диафрагмы от экрана, на котором ведется наблюдение дифракционной картины; k — номер зоны Френеля; λ — длина волны;

для плоской волны

$$\rho_k=\sqrt{bk\lambda}\ .$$

Дифракция света на одной щели при нормальном падении лучей. Условие минимумов интенсивности света

$$a\sin\varphi=\pm 2k\frac{\lambda}{2}=\pm k\lambda,\ k=1,2,3,\ldots,$$

где a — ширина щели; φ— угол дифракции; k — номер минимума;

λ — длина волны.

Условие максимумов интенсивности света

$$a\sin\varphi'=(2k+1)\frac{\lambda}{2},\ k=1,\ 2,\ 3,\ldots,$$

где φ' — приближенное значение угла дифракции.

Дифракция света на дифракционной решетке при нормальном падении лучей. Условие главных максимумов интенсивности

$$d\sin\varphi = \pm k\lambda,\ k = 0,1,2,3,\ldots,$$

где d — период (постоянная) решетки; k — номер главного максимума; φ — угол между нормалью к поверхности решетки и направлением дифрагированных волн.

Разрешающая сила дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN,$$

где $\Delta\lambda$ — наименьшая разность длин волн двух соседних спектральных линий (λ и $\lambda+\Delta\lambda$), при которой эти линии могут быть видны раздельно в спектре, полученном посредством данной решетки; N — число штрихов решетки; k — порядковый номер дифракционного максимума.

Угловая дисперсия дифракционной решетки

$$D_\varphi = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{k}{d\cos\varphi},$$

линейная дисперсия дифракционной решетки

$$D_l = \frac{\delta l}{\delta\lambda}.$$

Для малых углов дифракции

$$D_l \approx fD_\varphi \approx f\,\frac{k}{d},$$

где f — главное фокусное расстояние линзы, собирающей на экране дифрагирующие волны.

Разрешающая сила объектива телескопа

$$R = \frac{1}{\beta} = \frac{D}{1{,}22\lambda},$$

где β — наименьшее угловое расстояние между двумя светлыми точками, при котором изображения этих точек в фокальной плоскости объектива могут быть видны раздельно; D — диаметр объектива; λ — длина волны.

Формула Вульфа — Брэгга

$$2d\sin\vartheta = k\lambda,$$

где d — расстояние между атомными плоскостями кристалла; ϑ — угол скольжения (угол между направлением пучка параллельных лучей, падающих на кристалл, и гранью кристалла), определяющий направление, в котором имеет место зеркальное отражение лучей (дифракционный максимум).

Поляризация света

Закон Брюстера

$$\text{tg } i_В = n_{21},$$

где i_B — угол падения, при котором отраженная световая волна полностью поляризована; n_{21} — относительный показатель преломления.

Закон Малюса

$$I = I_0 \cos^2\alpha,$$

где I — интенсивность плоскополяризованного света, прошедшего через анализатор; I_0 — интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор; α — угол между направлением колебаний светового вектора волны, падающей на анализатор, и плоскостью пропускания анализатора.

Степень поляризации света

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

где I_{max} и I_{min} — максимальная и минимальная интенсивности частично поляризованного света, пропускаемого анализатором.

Угол поворота φ плоскости поляризации оптически активными веществами определяется соотношениями:

а) в твердых телах $\varphi=\alpha d$, где α — постоянная вращения; d — длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе;

б) в чистых жидкостях $\varphi=[\alpha]\rho d$, где [α] — удельное вращение; ρ — плотность жидкости;

в) в растворах $\varphi=[\alpha]Cd$, где C — массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

5.2 Примеры решения задач

Пример 1. На толстую стеклянную пластинку, покрытую очень тонкой пленкой, показатель преломления n_2 вещества которой равен 1,4, падает из воздуха нормально параллельный пучок монохроматического света (λ=0,6 мкм). Отраженный свет максимально ослаблен вследствие интерференции. Определить толщину d пленки, если n_1=1.

Решение:

Условие максимального ослабления света при интерференции в тонких пленках состоит в том, что оптическая разность хода Δ интерферирующих волн должна быть равна нечетному числу полуволн:

$$\Delta=(2k+1)(\lambda/2).$$

Как видно из рис.29, оптическая разность хода

$$\Delta=l_2n_2 - l_1n_1=(|AB| +|BC|)\, n_2 - |AD|\, n_1. \qquad (1)$$

Следовательно, условие минимума интенсивность света примет вид

$$(|AB| + |BC|)\, n_2 — |AD|\, n_1 = (2k+1)(\lambda/2). \qquad (2)$$

Если угол падения i_1 будет уменьшаться, стремясь к нулю, то $AD \to 0$ и $(|AB|+|BC| \to 2d$, где d—толщина пленки. В пределе при $i_1=0$ будем иметь

$$\Delta = 2dn_2 = (2k+1)(\lambda/2), \qquad (3)$$

откуда искомая толщина пленки

$$d = \frac{(2k+1)\lambda}{4n}. \qquad (4)$$

Полагая k=0,1,2,3,…, получим ряд возможных значений толщины пленки:

$$d_0 = \frac{\lambda}{4n_2} = 0{,}11 мкм;\ \ d_1 = \frac{3\lambda}{4n_2} = 3d_0 = 0{,}33 мкм \text{ и т.д.}$$

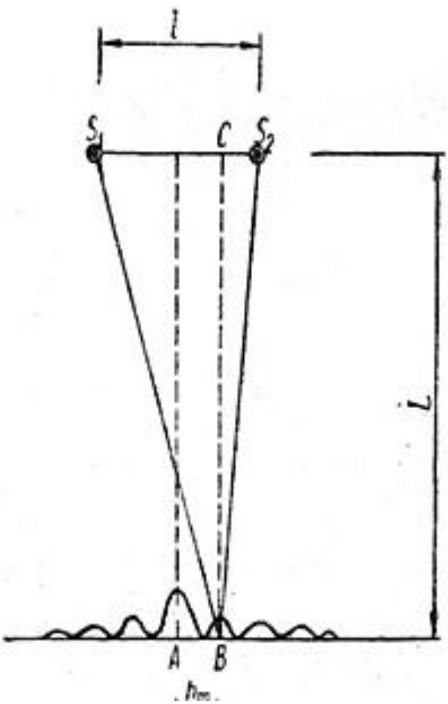


Рис. 30

Пример 2. Два когерентных источника монохроматического света ($\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$) S_1 и S_2 расположены на расстоянии l друг от друга. Экран, на котором наблюдают интерференционные полосы, установлен так, что линия, соединяющая источники, параллельна его плоскости. Найти расстояние между соседними интерференционными полосами, расположенными вблизи центра интерференционной картины, если экран удален от источников на расстояние L, причем L>>l.

Решение. Интерференционные светлые полосы на экране будут возникать при разности хода:

$$r_1 — r_2 = 2m\,\frac{\lambda}{2}.$$

Пусть интерференционный максимум m$^{-го}$ порядка расположен в точке B экрана на расстоянии h_m от центра картины (рис. 30).

Разность хода лучей S_1B и S_2B

определим, применяя теорему Пифагора к треугольникам S_1CB и S_2CB.

$$r_2^2 = (S_1B)^2 = (CB)^2 + (CS_1)^2 = L^2 + (AB + \frac{l}{2})^2 = L^2 + (h_m + \frac{l}{2})^2;$$
$$r_1^2 = (S_2B)^2 = (CB)^2 + (CS_2)^2 = L^2 + (AB - \frac{l}{2})^2 = L^2 + (h_m - \frac{l}{2})^2.$$

Откуда

$$r_2^2 - r_1^2 = 2h_m l.$$

С другой стороны, с учетом того, что m невелико и L>>l, будет

$$r_2^2 - r_1^2 = (r_2 + r_1)(r_2 + r_1) \approx 2L(r_2 - r_1).$$

Тогда

$$r_2 - r_1 \approx \frac{2h_m l}{2L} = 2m\frac{\lambda}{2}.$$

Откуда

$$h_m = \frac{m\lambda L}{l}.$$

Расстояние между соседними полосами

$$\Delta h = h_m - h_{m-1} = \frac{\lambda L}{l}.$$

Пример 3. Плоско-выпуклая линза выпуклой поверхностью положена на плоскую поверхность и освещена нормально падающим на плоскую поверхность линзы желтым светом паров натрия. Диаметр четвертого темного кольца Ньютона в отраженном свете оказался равным 2,4 *мм*. Определить радиус кривизны выпуклой поверхности линзы.

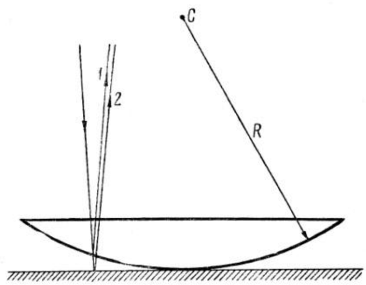


Рис. 31

Решение. По формуле для темных колец Ньютона

$$r_m^2 = mR\lambda$$

найдем

$$R = \frac{r_m^2}{m\lambda} \approx 2{,}5\text{м}.$$

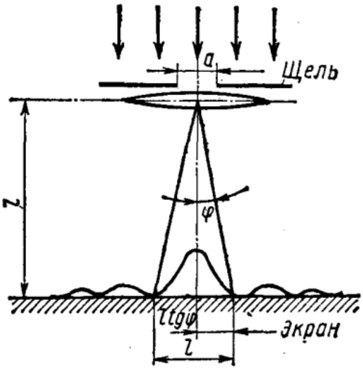


Рис. 32

Пример 4. На щель шириной a = 0,1 мм нормально падает параллельный пучок света от монохроматического источника (λ=0,6 мкм). Определить ширину l центрального максимума в дифракционной картине, проецируемой с помощью линзы, находящейся непосредственно за щелью, на экран, отстоящий от линзы на расстоянии L=l м.

Решение. Центральный максимум интенсивности света занимает область между ближайшими от него справа и слева минимумами интенсивности. Поэтому ширину центрального максимума интенсивности примем равной расстоянию между этими двумя минимумами интенсивности (рис.32).

Минимумы интенсивности света при дифракции от одной щели наблюдаются под углами φ, определяемыми условием

$$a \sin \varphi = \pm k\lambda, \tag{1}$$

где k — порядок минимума; в нашем случае равен единице.

Расстояние между двумя минимумами на экране определим непосредственно по чертежу: $l=2L$ tgφ. Заметив, что при малых углах tg$\varphi \approx \sin \varphi$, перепишем эту формулу в виде

$$l = 2L \sin \varphi. \tag{2}$$

Выразим $\sin \varphi$ из формулы (1) и подставим его в равенство (2):

$$l = 2Lk\lambda/a. \tag{3}$$

Произведя вычисления по формуле (3), получим

$$l = 1{,}2 \text{ см}.$$

Пример 5. На дифракционную решетку, имеющую 500 линий на *см*, нормально падает монохроматическая световая волна. На экране, установленном параллельно плоскости решетки на расстоянии 0,5 *м* от нее, второй дифракционный максимум удален от центрального на 3,35 *см*. Определить длину световой волны.

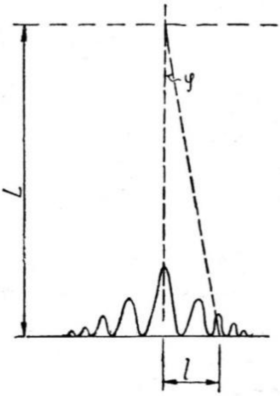


Рис. 33

Условие:
n=500 *линий/см*=$5\cdot 4^4$ *линий/см*;
k=2;
L=0,5 *м*
$l = 3{,}35 см = 3{,}35\cdot 10^{-2} м.$

λ—?

Решение. По формуле дифракционной решетки имеем

$$d\sin\varphi = k\lambda.$$

Из рис.33, с учетом того, что L>>l, видно:

$$\sin\varphi \approx \frac{l}{L}.$$

Тогда, учитывая, что

$$d = \frac{1}{n},$$

имеем

$$\lambda = \frac{l}{knL} = 0{,}67\cdot 10^{-6} м = 0{,}67\mu.$$

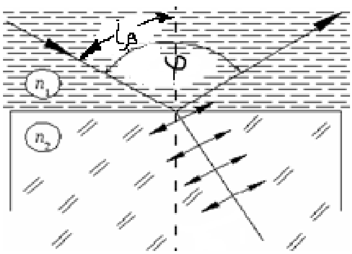


Рис. 34

Пример 6. Пучок естественного света падает на полированную поверхность стеклянной пластины, погруженной в жидкость. Отраженный от пластины пучок света составляет угол φ=97° с падающим пучком (рис.34). Определить показатель преломления n жидкости, если отраженный свет полностью поляризован.

Решение:

Согласно закону Брюстера, свет, отраженный от диэлектрика, полностью поляризован в том случае, если тангенс угла падения

$$\text{tg } i_B = n_{21},$$

где n_{21} — относительный показатель преломления второй среды (стекла) относительно первой (жидкости).

Относительный показатель преломления равен отношению абсолютных показателей преломления этих сред. Следовательно,

$$\text{tg } i_B = n_2/n_1.$$

Согласно условию задачи, отраженный луч повернут на угол φ относительно падающего луча. Так как угол падения равен углу отражения, то $i_B=\varphi/2$ и, следовательно, $tg(\varphi/2)=n_2/n_1$, откуда

$$n_1 = \frac{n_2}{tg(\varphi/2)}.$$

Сделав подстановку числовых значений, получим n_1=l,33.

Пример 7. Пластинка кварца толщиной $d_1=1$ мм, вырезанная перпендикулярно оптической оси кристалла, поворачивает плоскость поляризации монохроматического света определенной длины волны на угол $\varphi_1=20°$. Определить: 1) какова должна быть толщина d_2 кварцевой пластинки, помещенной между двумя «параллельными» николями, чтобы свет был полностью погашен; 2) какой длины ***l*** трубку с раствором сахара массовой концентрацией С=0,4 кг/л надо поместить между николями для получения того же эффекта? Удельное вращение [α] раствора сахара равно 0,665 град/(м·кг·м$^{-3}$).

Решение:

1**.** Угол поворота плоскости поляризации кварцевой пластинкой определяется соотношением $\varphi = \alpha\, d$.

Пользуясь этой формулой, выразим искомую толщину d_2 пластинки:

$$d_2 = \varphi_2 / \alpha$$

где φ_2 — угол поворота плоскости поляризации, при котором свет будет полностью погашен (φ_2 =90°).

Постоянную вращения α для кварца найдем из формулы $\varphi=\alpha d$, подставив в нее заданные в условии задачи значения d_1 и φ_1:

$$\alpha = \varphi_1 / d_1$$

Подставив это выражение α в формулу (1), получим

$$d_2 = (\varphi_2/ \varphi_1)\, d_1$$

Произведя вычисления по этой формуле, найдем толщину пластинки:

$$d_2 = 4{,}5 \text{ мм.}$$

2. Длину трубки с сахарным раствором найдем из соотношения $\varphi_2=[\alpha]Cd$, выражающего угол поворота плоскости поляризации раствором сахара,

где d — толщина раствора сахара (принимается равной длине *l* трубки).

Отсюда получим

$$l = \varphi_2/([\alpha]C).$$

Подставив сюда значения φ_2, [α], С=0,4 кг/л ==400 кг/м^3 и произведя вычисления, найдем *l* =3,8 дм.

6. КВАНТОВО-ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ.

6.1 Основные формулы.

Законы теплового излучения

Закон Стефана — Больцмана

$$R_e=\sigma T^4$$

где R_e — энергетическая светимость черного тела; T — термодинамическая температура; σ — постоянная Стефана — Больцмана

$$[\sigma = 5{,}67\cdot 10^{-8}\ \text{Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К}^4)].$$

Энергетическая светимость серого тела

$$R_e=a_T\sigma T^4$$

где a_T — коэффициент теплового излучения (степень черноты) серого тела.

Закон смещения Вина

$$\lambda_m=b/T,$$

где λ_m — длина волны, на которую приходится максимум энергии излучения; b—постоянная закона смещения Вина ($b=2{,}90\cdot 10^{-3}$ м·К).

Зависимость максимальной спектральной плотности энергетической светимости от температуры

$$(r_{\lambda,T})_{max}=CT^5,$$

где С—постоянная [$C= 1{,}30\ 10^{-5}\ \cdot\text{Вт}/\text{м}^3\ \cdot\text{К}^5$)].

Фотоэлектрический эффект.

Формула Эйнштейна:

а) в общем случае

$$\varepsilon = h\upsilon = A+T_{max}\text{, или } \hbar\omega =A+T_{max}\text{,}$$

где $\varepsilon = h\upsilon= \hbar\omega$ —энергия фотона, падающего на поверхность металла; A — работа выхода электрона из металла; T_{max} — максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона;

б) в случае, если энергия фотона много больше работы выхода ($h\upsilon>>A$),

$$h\upsilon= T_{max}\text{, или } \hbar\omega = T_{max}\text{.}$$

Максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона в двух случаях (нерелятивистском и релятивистском) выражается различными формулами:

а) если фотоэффект вызван фотоном, имеющим незначительную энергию ($h\upsilon= \hbar\omega=5$ кэВ), то

$$T_{max} = \tfrac{1}{2}\, m_0 v^2_{max}\text{,}$$

где m_0 — масса покоя электрона;

б) если фотоэффект вызван фотоном, обладающим большой энергией

($h\upsilon = \hbar\omega =>>5$ кэВ), то

$$T_{max} = (m - m_0)c^2, \text{ или } \quad T_{\max} = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right)$$

где $\beta = v_{max}/c$; m - масса релятивистского электрона.

Красная граница фотоэффекта

$$\lambda_0 = hc/A \text{ или } \lambda_0 = 2\pi\,\hbar c/A; \; \upsilon_0 = A/h \text{ или } \omega_0 = A/\,\hbar$$

где λ_0 — максимальная длина волны излучений (υ_0 и ω_0 — минимальные соответственно частота и круговая частота), при которых еще возможен фотоэффект.

Давление света. Фотоны.

Давление, производимое светом при нормальном падении,

$$p = (E_e/c)\cdot(1+\rho), \text{ или } p = \omega(1+\rho),$$

где E_e — энергетическая освещенность; *c* — скорость электромагнитного излучения в вакууме; ω — объемная плотность энергии излучения; ρ — коэффициент отражения.

Энергия фотона

$$\varepsilon = h\upsilon = hc/\lambda \text{ , или } \varepsilon = \hbar\omega \text{ ,}$$

где *h*—постоянная Планка; $\hbar = h/(2\pi)$; υ - частота света; ω — круговая частота; λ — длина волны.

Масса и импульс фотона выражаются соответственно формулами

$$m = \varepsilon/c^2 = h/(c\lambda); \; p = mc = h/\lambda \text{ .}$$

Эффект Комптона.

Изменение длины волны $\Delta\lambda$, фотона при рассеянии его на электроне на угол θ

$$\Delta\lambda = \lambda` - \lambda = [(2\pi\,\hbar)/(mc)]\cdot(1-\cos\theta), \text{ или } \Delta\lambda = 2\cdot\,[(2\pi\,\hbar)/(mc)]\,\cdot\sin^2(\theta/2)$$

где *m* — масса электрона отдачи; λ *и* $\lambda`_c$ — длины волн

Комптоновская длина волны

$$\lambda_c = 2\pi\,\hbar/(mc).$$

(При рассеянии фотона на электроне λ_c=2,436 пм.)

Атом водорода по теории Бора.

Момент импульса электрона на стационарных орбитах:

$$L = mvr = n\hbar \; (n=1,2,3,\dots),$$

где *m* — масса электрона; *r* — радиус орбиты; v — скорость электрона на орбите; *n* — главное квантовое число; $\hbar$ — постоянная Планка.

Энергия электрона, находящегося на n-й орбите,

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2 n^2}$$

где ε_0 — электрическая постоянная.

Сериальная формула, определяющая длину волны λ или частоту υ света, излучаемого или поглощаемого атомом водорода при переходе из одного стационарного состояния в другое,

$$\frac{1}{\lambda} = R'\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) \qquad \text{или} \qquad \nu = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

где R' и R —постоянная Ридберга ($R'=1{,}097\cdot10^7$ м$^{-1}$; $R=cR'=3{,}29\cdot10^{15}$с$^{-1}$); n_1 и n_2 — целые числа; n_1 — номер серии спектральных линий (n_1=l — серия Лаймана, n_1=2 — серия Бальмера, n_1=3 — серия Пашена и т. д.). Для данной серии $n_2=n_1$+l, n_1+ 2, n_1+3 и т. д.

Энергия фотона, испускаемого атомом водорода при переходе из одного стационарного состояния в другое,

$$\varepsilon = 2\pi\hbar\omega = E_{n2} - E_{n1} = E_i\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

где E_i — энергия ионизации водорода: E_i=13,6 эВ, ω – круговая частота излучения, E_{n2} и E_{n1} – энергии атомов в стационарных состояниях, соответственно из которого атом переходит и в которое он переходит.

Рентгеновское излучение.

Коротковолновая граница λ_{min} сплошного рентгеновского спектра

$$\lambda_{\min} = \frac{2\pi\hbar c}{|e|U}$$

где e — заряд электрона; U — разность потенциалов, приложенная к рентгеновской трубке; $\hbar$ — постоянная Планка.

Закон Мозли:

а) в общем случае

$$\omega = CR(Z-\sigma)^2$$

где ω — частота линий рентгеновского спектра; Z — атомный номер элемента, излучающего этот спектр; R — постоянная Ридберга (R= 2,07*10^{16} с$^{-1}$); σ—постоянная экранирования; С — постоянная;

б) для K_α -линий (σ=1, C=3/4)

$$\omega_{k\alpha} = \tfrac{3}{4} R(Z-1)^2 \text{ или } 1/\lambda_{k\alpha} = \tfrac{3}{4} R'(Z - 1)^2 ,$$

где R'—штрихованная постоянная Ридберга ($R'=1,10\cdot10^7$ $м^{-1}$);

$$1/\lambda = \omega/(2\pi c) \text{ — волновое число.}$$

Энергия фотона K_α -линии рентгеновского излучения

$$\varepsilon_{k\alpha} = \tfrac{3}{4} E_i(Z-1)^2 \quad ,$$

где E_i — энергия ионизации атома водорода.

Строение атомных ядер. Радиоактивность.

Ядро обозначается тем же символом, что и нейтральный атом: ${}^{A}_{Z}X$,
где X — символ химического элемента; Z — зарядовое число (атомный номер; число протонов в ядре); A — массовое число (число нуклонов в ядре). Число N нейтронов в ядре равно разности A—Z.

Основной закон радиоактивного распада

$$N=N_0 e^{-\lambda t},$$

где N — число нераспавшихся атомов в момент времени t; N_0— число нераспавшихся атомов в момент, принятый за начальный (при $t=0$); e — основание натуральных логарифмов; λ — постоянная радиоактивного распада.

Период полураспада $T_{1/2}$ — промежуток времени, за который число нераспавшихся атомов уменьшается в два раза. Период полураспада связан с постоянной распада соотношением

$$T_{1/2} = \ln 2/\lambda = 0,693/\lambda .$$

Число атомов, распавшихся за время t,

$$\Delta N = N_0 - N = N_0, (1 - e^{-\lambda t}).$$

Если промежуток времени $\Delta t << T_{1/2}$. то для определения числа распавшихся атомов можно применять приближенную формулу

$$\Delta N \approx \lambda N \Delta t$$

Среднее время жизни τ радиоактивного ядра — промежуток времени, за который число нераспавшихся ядер уменьшается в е раз:

$$\tau = 1/\lambda$$

Число атомов, содержащихся в радиоактивном изотопе,

$$N = (m/M)\cdot N_A$$

где m — масса изотопа; M — его молярная масса; N_A — постоянная Авогадро.

Активность A нуклида в радиоактивном источнике (активность изотопа) есть величина, равная отношению числа dN ядер, распавшихся в изотопе, к промежутку времени dt, за которое произошел распад. Активность определяется по формуле

$$A = -dN/dt = \lambda N,$$

или после замены N по основному закону радиоактивного распада

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

Активность изотопа в начальный момент времени *(t=0)*

$$A_0 = \lambda N_0 .$$

Активность изотопа изменяется со временем по тому же закону, что и число нераспавшихся ядер:

$$A = A_0 e^{-\lambda t}$$

Массовая активность a радиоактивного источника есть величина, равная отношению его активности A к массе m этого источника, т. е.

$$a = A/m.$$

Если имеется смесь ряда радиоактивных изотопов, образующихся один из другого, и если постоянная распада λ первого члена ряда много меньше постоянных всех остальных членов ряда, то в смеси устанавливается состояние радиоактивного равновесия, при котором активности всех членов ряда равны между собой:

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \ldots = \lambda_k N_k.$$

Волны де Бройля

Формула де Бройля, выражающая связь длины волны с импульсом p движущейся частицы, для случаев:

- в классическом приближении ($V << c; p=m_0V$)

$$\lambda = 2\pi\hbar / p ;$$

- в релятивистском случае (скорость V частицы сравнима со скоростью с света в вакууме; $p = mV = m_0 V = \sqrt{1-V^2/c^2}.$)

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{m_0 V}\sqrt{1-V^2/c^2} .$$

Связь длины волны де Бройля с кинетической энергией T частицы:

- в классическом приближении:

$$\lambda = 2\pi\hbar / \sqrt{2m_0 T} ;$$

- в релятивистском приближении:

$$\lambda = 2\pi\hbar c / \sqrt{T(T+2E_0)} ,$$

где E_0 – энергия частицы потока *($E_0=m_0 c^2$).*

6.2 Примеры решения задач

Пример 1. Длина волны, на которую приходится максимум энергии в спектре излучения абсолютно черного тела, равна 0,58 мкм. Определить:
1) энергетическую светимость поверхности тела; 2) спектральную плотность энергетической светимости, рассчитанную на интервал длин волг 1 нм, вблизи $\lambda_{макс}$.

Решение.

1. Энергетическая совместимость $R_э$ абсолютно черного тела, в соответствии с законом Стефана – Больцмана, пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры и выражается формулой:

$$R_э = \sigma T^4, \quad (1)$$

где σ – постоянная Стефана – Больцмана; Т – абсолютная температура.

Температуру Т, можно вычислить с помощью закона смещения Вина:

$$\lambda_{макс} = в/T, \quad (2)$$

где *в* – постоянная закона смещения Вина.

Выражая из формулы (2) температуру Т и подставляя ее в формулу (1), получим:

$$R_э = \sigma\left(\frac{в}{\lambda_{макс}}\right)^4. \quad (3)$$

Выразим величины, входящие в эту формулу, в единицах СИ:

$$\sigma = 5{,}67\cdot10^{-8}\ вт/(м^2\cdot град^4);$$
$$в = 2{,}9\cdot10^{-3}\ м\cdot град;$$
$$\lambda_{макс} = 5{,}8\cdot10^{-7}\ м.$$

Подставив числовые значеия в формулу (3), произведем вычисления:

$$R_э = 5{,}67\cdot10^{-8}\left(\frac{2{,}9\cdot10^{-3}}{5{,}8\cdot10^{-7}}\right)^4 вт/м^2 = 3{,}54\cdot10^7 вт/м^2$$

2. Максимум спектральной плотности энергетической светимости пропорционален пятой степени абсолютной температуры и выражается формулой:

$$r_\lambda = CT^5 \quad (4)$$

где *C* – постоянная второго закона Вина.

В эту формулу подставим температуру из выражения (2), тогда

$$r_\lambda = C\left(\frac{в}{\lambda_{макс}}\right)^5. \quad (5)$$

По условию задачи требуется вычислить спектральную плотность энергетической совместимости на интервале длин волн 1 нм, поэтому выпишем значение *C* в системе СИ и пересчитаем его на заданный интервал длин волн:

$$C = 1{,}30\cdot10^{-14}\ вт/(м^2\cdot нм\cdot град^5)$$

Подставляя полученное значение С, а так же значения в и $\lambda_{макс}$ в формулу (5), произведем вычисления:

$$r_\lambda = 1{,}30 \cdot 10^{-14} \left(\frac{2{,}9 \cdot 10^{-3}}{5.8 \cdot 10^{-7}} \right)^5 ват/(м^2 \cdot нм) = 4{,}06 \cdot 10^4 вт/(м^2 \cdot нм) .$$

Пример 2. Определить работу выхода электрона с поверхности фотокатода и красную границу фотоэффекта, если при облучении фотоэлемента светом с частотой $1{,}6 \cdot 10^{15}$ Гц фототок прекращается при запирающем напряжении 4,1 В.

Решение:

Используем условие запирания фототока:

$$eU_з = mV^2_{max}/2.$$

С учетом этого условия уравнение Энштейна для фотоэффекта будет иметь вид

$$h\nu = A + eU_з \text{ или } A = h\nu - eU_з.$$

Определим красную линию фотоэффекта:

$$h\nu_{min} = A; \nu_{min} = A/h$$

$$A = 6.6 \cdot 10^{-34} \cdot 1.6 \cdot 10^{15} - 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 4.1 = 4 \cdot 10^{-19} \text{ (Дж)};$$

$$\nu_{min} = 4 \cdot 10^{-19} / 6.6 \cdot 10^{-34} = 6 \cdot 10^{15} \text{ (Гц)}.$$

Ответ: $A = 4 \cdot 10^{-19}$ Дж; $\nu_{min} = 6 \cdot 10^{15}$ Гц.

Пример 3. Работа выхода электронов из калия равна 2,25 эв. С какой скоростью вылетают электроны из калия, если его осветили монохроматическим светом с длиной волны 0,365 мк?

Решение.

По формуле Энштейна, описывающей фотоэффект:

$$h\nu = A + \frac{mv^2}{2}$$

И учитывая что

$$\nu = c/\lambda$$

получаем

$$v = \sqrt{\frac{2(h\frac{c}{\lambda} - A)}{m}} \approx 6{,}4 \cdot 10^5 м/с$$

Пример 4. Параллельный пучок света длиной волны λ=500 нм падает нормально на зачерненную поверхность, производя давление p=10 мкПа. Определить: 1) концентрацию *n* фотонов в пучке, 2) число n_1 фотонов, падающих на поверхность площадью 1 $м^2$ за время 1 с.

Решение.

1. Концентрация *n* фотонов в пучке может быть найдена, как частное от деления объемной плотности энергии ω на энергию ε одного фотона:

$$n=\omega/\varepsilon(1) \qquad (1)$$

Из формулы $p=\omega(1+\rho)$, определяющей давление света, где ρ - коэффициент отражения, найдем

$$\omega = p/(\rho+1). \qquad (2)$$

Подставив выражение для ω из уравнения (2) в формулу (1), получим

$$n = \rho/[(\rho+1)\cdot\varepsilon]. \qquad (3)$$

Энергия фотона зависит от частоты υ, а следовательно, и от длины световой волны λ:

$$\varepsilon = h\upsilon = hc/\lambda \qquad (4)$$

Подставив выражение для энергии фотона в формулу (3), определим искомую концентрацию фотонов:

$$n = (\rho\lambda)/[(\rho+1)\cdot\varepsilon]. \qquad (5)$$

Коэффициент отражения ρ для зачерненной поверхности принимаем равным нулю.

Подставив числовые значения в формулу (5), получим

$$n=2{,}52\cdot10^{13}\ м^{-3}.$$

2. Число n_1 фотонов, падающих на поверхность площадью 1 $м^2$ за время 1 с, найдем из соотношения $n_1=N/(St)$, где N — число фотонов, падающих за время t на поверхность площадью S. Но $N=ncSt$, следовательно,

$$n_1=(ncSt)/(St)=nc$$

Подставив сюда значения *n* и *c,* получим

$$n_1=7{,}56\cdot10^{21}\ м^{-2}\cdot c^{-1}.$$

Пример 5. В результате эффекта Комптона фотон при соударении с электроном был рассеян на угол θ=90°. Энергия ε' рассеянного фотона равна 0,4 МэВ. Определить энергию ε фотона до рассеяния.

Решение. Для определения первичного фотона воспользуемся формулой Комптона в виде

$$\lambda` - \lambda = 2\cdot[(2\pi\hbar)/(mc)]\cdot\sin^2(\theta/2). \quad (1)$$

Формулу (1) преобразуем следующим образом: 1) выразим длины волн λ' и λ через энергии ε' и ε соответствующих фотонов, воспользовавшись соотношением ε = 2πħc/λ; 2) умножим числитель и знаменатель правой части формулы на *c*. Тогда получим

$$\frac{2\pi h'c}{\varepsilon'} - \frac{2\pi h'c}{\varepsilon} = \frac{2\pi h'c}{mc^2} 2\sin^2\frac{\theta}{2}$$

Сократив на *2nħc,* выразим из этой формулы искомую энергию:

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon' mc^2}{mc^2 - \varepsilon' * 2\sin^2(\theta/2)} = \frac{\varepsilon' E_0}{E_0 - 2\varepsilon' - \sin^2(\theta/2)} \quad (2)$$

Вычисления по формуле (2) удобнее вести во внесистемных единицах. Взяв значение энергии покоя электрона в мегаэлектрон-вольтах и подставив числовые данные, получим ε = 1,85 МэВ.

Пример 6. Радиус n-й стационарной орбиты электрона в атоме водорода $_1H^1$ $r_n=0{,}53\cdot10^{-10}$ n^2 м. Определить линейную скорость электрона, находящегося на первой орбите. Орбиту электрона принять круговой.

Решение. При вращении электрона вокруг ядра по стационарной орбите, принимаемой круговой, кулоновская сила притяжения электрона к ядру является центростремительной силой, удерживающей электрон на орбите:

$$f_k = k\frac{e^2}{r_n^2} = f_ц = \frac{mv_n^2}{r_n},$$

откуда

$$v_n = \pm\sqrt{k\frac{e^2}{mr_n}},$$

Тогда

$$v_1 = \pm\sqrt{k\frac{e^2}{mr_1}} \approx \pm 2{,}2\cdot10^6\, м/с.$$

Пример 7. Вследствие ряда последовательных α- и β-распадов уран-238 превращается в свинец-206 (семейство урана). Каково общее количество распадов при этом превращении?

Решение. Распад радиоактивных ядер, сопровождающийся выделением α- и β-частиц, схематично можно представить в виде

$$_zX^M \to {}_{z-2}Y^{M-1} + {}_2He^4;$$

$$_zX^M \to z+_1Y^M + {}_{-1}e^{0,}$$

где X – ядро исходного элемента, имеющего зарядовое число Z и массовое число M; Y – ядро, полученное после распада.

При α распаде зарядовое число уменьшается на два, а массовое число на четыре. При β распаде зарядовое число увеличивается на единицу, а массовое число не изменяется. Так как массовое число изменяется только при α распаде, в семействе урана число α распадов:

$$n_\alpha = \frac{M_1 - M_2}{M_\alpha} = 8\,,$$

где M_1, M_2 и M_α – массовые числа ядер соответственно начального элемента семейства, его конечного элемента и α частицы.

Изменение зарядового числа, обусловленное всеми α распадами

$$\Delta Z_\alpha = n_\alpha Z_\alpha\,,$$

где Z_α – зарядовое число α частицы.

Изменение зарядового числа в семействе урана

$$\Delta Z = Z_1 - Z_2\,,$$

где Z_1 и Z_2 – зарядовые числа ядер соответственно начального и конечного элементов этого семейства.

Так как при α распаде зарядовое число уменьшается, а при β распаде – увеличивается, число β распадов

$$n_\beta = \Delta Z_\alpha - \Delta Z = \frac{M_1 - M_2}{M_\alpha} Z_\alpha - (Z_1 - Z_2) = 6.$$

Тогда общее количество распадов

$$n = n_\alpha + n_\beta = 14.$$

Пример 8. Электрон, начальной скоростью которого можно пренебречь, прошёл ускоряющую разность потенциалов U. Найти длину волны де Бройля λ электрона, для двух случаев:

1. U1 = 51 В,
2. U2 = 510 кВ .

Решение: длина волны де Бройля для частоты определяется, как λ = h / p. Импульс частоты p определим из кинетической энергии T. Величина нерелятивистского импульса выражается через энергию следующим образом

$$\mathbf{p} = \sqrt{2m_0 T} \tag{1}$$

где m_0 - масса покоя частицы.

Для релятивистского случая импульс частицы определяется формулой

$$\mathbf{p} = \frac{1}{c}\sqrt{(2E_0 + T)T} \tag{2}$$

где $E_0 = m_0c^2$ - энергия покоя частицы. Тогда длина волны λ в нерелятивистском случае, с учетом (1), имеет вид

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0\,T}}$$

соответственно для релятивистского импульса с учетом(2) длина волны будет

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{(2E_0 + T)T}}$$

Если энергию покоя электрона $E_0 = m_0c^2 = 0{,}51$МэВ сравнить с кинетической энергией, приобретенной им при прохождении ускоряющей разности потенциалов, T = eU, то в первом случае имеем значение

$$T_1 = eU_1 = 51 \text{ эВ} = 0{,}51\cdot10^{-4} \text{ МэВ} = 10^{-4}\, m_0c^2\,,$$

которое значительно меньше энергии покоя. Значит, для оценки длины волны можно использовать формулу (1):

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0\,T}} = \frac{h}{\sqrt{2m_0 10^{-4} m_0\,c^2}} = \mathbf{10^2\cdot h} \,/\, \sqrt{2}\, m_0\, c$$

Учитывая , что h / m_0c - есть комптоновская длина волны Λ , имеем:

$$\boldsymbol{\lambda_1 = (10^2 / \sqrt{2}\,)\Lambda}$$

Так как $\Lambda = 2{,}43\cdot10^{-12}$ м , то получим

$$\lambda_1 = 10^2\cdot2{,}43\cdot10^{-12} / \sqrt{2} = 172 \text{ пм.}$$

Во втором случае кинетическая энергия есть

$$T_2 = eU_2 = 0{,}51 \text{ МэВ} = m_0c^2,$$

что по величине сравнимо с энергией покоя электрона E_0. Следовательно, необходимо применить релятивистское соотношение (2).

Тогда найдем

$$\lambda_2 = \frac{hc}{\sqrt{(2m_0c^2 + m_0c^2\;)m_0c^2}} = \frac{h}{m_0c\sqrt{3}}$$

или

$$\lambda_2 = \Lambda / 3 = 1{,}4 \text{ пм.}$$

6.3. Контрольная работа №3.

Номера задач для выполнения контрольной работы №3 представлены в таблице 3.

Таблица 3

Вариант	Номер задач								
0	401	416	430	440	450	459	468	475	483	493
	506	515	528	535	543	552	561	580	589	598
1	402	417	429	439	449	458	469	480	487	494
	507	516	525	536	544	553	562	571	590	599
2	403	418	428	438	446	460	470	478	488	495
	508	517	526	537	545	554	563	572	581	600
3	404	419	427	437	447	457	465	476	484	496
	509	518	527	538	546	555	564	573	582	591
4	405	420	426	436	448	456	466	479	485	497
	510	519	529	539	547	556	565	574	583	592
5	406	411	425	435	445	455	467	477	486	498
	501	520	530	540	548	557	566	575	584	593
6	407	412	424	434	444	454	461	474	489	499
	502	511	524	534	549	558	567	576	585	594
7	408	413	421	433	443	451	462	473	490	500
	503	512	521	531	550	559	568	577	586	595
8	409	414	422	432	442	452	463	472	481	492
	504	513	522	532	541	560	569	578	587	596
9	410	415	423	431	441	453	464	471	482	491
	505	514	523	533	542	551	570	579	588	597

401. Во сколько раз увеличится расстояние между соседними интерференционными полосами на экране в опыте Юнга, если зеленый светофильтр $(\lambda = 500 нм)$ заменить красным (λ =650 нм)?

402. В опыте Юнга отверстия освещались монохроматическим светом длиной волны λ =600 нм, расстояние между отверстиями 1 мм и расстояние от отверстий до экрана 3 м. Найти положение трех первых светлых полос.

403. В опыте с зеркалами Френеля расстояние между мнимыми изображениями источника света было равно 0,5 мм, расстояние до экрана 5 м. В зеленом свете получились интерференционные полосы на расстоянии 5 мм друг от друга. Найти длину волны зеленого света.

404. В опыте Юнга на пути одного из интерферирующих лучей помещалась тонкая стеклянная пластинка, вследствие чего центральная светлая полоса смещалась в положение, первоначально занятое пятой светлой полосой (не считая центральной). Луч падает на пластинку перпендикулярно. Показатель преломления пластинки 1,5. Длина волны 600 нм. Какова толщина пластинки?

405. В опыте Юнга стеклянная пластинка толщиной 2 см помещается на пути одного из интерферирующих лучей перпендикулярно лучу. На сколько могут отличаться друг от друга значения показателя преломления в различных местах пластинки, чтобы изменение разности хода от этой неоднородности не превышало 1 мкм?

406. На мыльную пленку (n=1,33) падает белый свет под углом 45^0. При какой наименьшей толщине пленки отраженные лучи будут окрашены в желтый цвет (λ =600 нм)?

407. Мыльная пленка, расположенная вертикально, образует клин вследствие стекания жидкости. Наблюдая интерференционные полосы в отраженном свете ртутной дуги (λ =546,1 нм), находим, что расстояние между пятью полосами равно 2 см. Найти угол клина в секундах. Свет падает перпендикулярно поверхности пленки. Показатель преломления мыльной воды 1,33.

408. Мыльная пленка, расположенная вертикально, образует клин. Интерференция наблюдается в отраженном свете через красное стекло $(\lambda = 631 нм)$. Расстояние между соседними красными полосами при этом равно 3 мм. Затем эта же пленка наблюдается через синее стекло $(\lambda = 400 нм)$. Найти расстояние между соседними синими полосами. Считать, что за время измерений форма пленки не изменяется и свет падает на пленку нормально.

409. На стеклянный клин падает нормально пучок света (λ =582 нм) Угол клина равен 20''. Какое число темных интерференционных полос приходится на единицу длины клина? Показатель преломления стекла 1,5.

410. Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом. Наблюдение ведется в отраженном свете. Радиусы двух соседних темных колец равны соответственно 4,0 и 4,38 мм. Радиус кривизны линзы равен 6,4 м. Найти порядковые номера колец и длину волны падающего света.

411. Кольца Ньютона образуются между плоским стеклом и линзой с радиусом 8,6 м. Монохроматический свет падает нормально. Измерениями установлено, что диаметр четвертого темного круга (считая центральное темное пятно за нулевое) равен 9 мм. Найти длину волны падающего света.

412. Установка для получения колец Ньютона освещается белым светом, падающим нормально. Найти: 1) радиус четвертого синего кольца $(\lambda = 400 нм)$, 2) радиус третьего красного кольца $(\lambda = 630 нм)$. Наблюдение производится в проходящем свете. Радиус кривизны линзы равен 5 м.

413. Расстояние между пятым и двадцать пятым светлыми кольцами Ньютона равно 9 мм. Радиус кривизны линзы 15 м. Найти длину волны монохроматического света, падающего нормально на установку. Наблюдение проводится в отраженном свете.

414. Найти расстояние между третьим и шестнадцатым темными кольцами Ньютона, если расстояние между вторым и двадцатым темными кольцами равно 4,8 мм. Наблюдение проводится в отраженном свете.

415. Установка для получения колец Ньютона освещается светом от ртутной дуги, падающим нормально. Наблюдение производится в проходящем свете. Какое по порядку светлое кольцо, соответствующее линии $(\lambda = 579 нм)$, совпадает со следующим светлым кольцом, соответствующим линии λ_2 =577 нм?

416. В установке для наблюдения колец Ньютона пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнено жидкостью. Определить показатель преломления жидкости, если радиус третьего светлого кольца получился равным 3,65 мм. Наблюдение ведется в проходящем свете. Радиус кривизны линзы 10 м. Длина волны света 589 нм.

417. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом длиной волны 600 нм, падающим нормально. Найти толщину воздушного слоя между линзой и стеклянной пластинкой в том месте, где наблюдается четвертое темное кольцо в отраженном свете.

418. Установка для наблюдения колец Ньютона в отраженном свете освещается монохроматическим светом λ =500 нм, падающим нормально. Пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнено водой. Найти толщину слоя воды между линзой и стеклянной пластинкой в том месте, где наблюдается третье светлое кольцо.

419. Установка для наблюдения колец Ньютона в отражённом свете освещается монохроматическим светом, падающим нормально. После того, как пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнили жидкостью, радиусы темных колец уменьшились в 1,25 раза. Найти показатель преломления жидкости.

420. Пучок белого света падает нормально на стеклянную пластинку, толщина которой d=0,4 мкм. Показатель преломления стекла n=1,5. Какие длины волн, лежащие в пределах видимого спектра (от 400 до 700 нм), усиливается в отражённом пучке?

421. На щель шириной 2 мкм падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны λ =589 нм. Найти углы, в направлении которых будут наблюдаться минимумы света.

422. На щель шириной 20 мкм падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны λ =500 нм. Найти ширину изображения щели на экране, удалённом от щели на l=1 м. Шириной изображения считать расстояние между первыми дифракционными минимумами, расположенными по обе стороны от главного максимума освещённости.

423. На щель падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны λ. Ширина щели равно 6λ. Под каким углом будет наблюдаться третий дифракционный минимум света?

424. Чему равна постоянная дифракционной решетки, если, для того чтобы увидеть красную линию (λ =700 нм) в спектре второго порядка, зрительную трубу пришлось установить под углом 30° к оси коллиматора? Какое число штрихов нанесено на 1 см длины этой решетки? Свет падает на решетку нормально.

425. Сколько штрихов на 1 мм длины имеет дифракционная решётка, если зелёная линия ртути (λ =546,1 нм) в спектре первого порядка наблюдается под углом 19°8'?

426. На дифракционную решетку нормально падает пучок света. Угол дифракции для натриевой линии (λ =589 нм) в спектре первого порядка был найден равным 17°8'. Некоторая линия даёт в спектре второго порядка угол дифракции 24°12'. Найти длину волны этой линии и число штрихов на 1 мм решетки.

427. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки. Чему должна быть равна постоянная дифракционной решетки, чтобы в направлении φ=41° совпадали максимумы двух линий: $\lambda_1 = 656 нм$ и $\lambda_2 = 410 нм$?

428. На дифракционную решетку нормально падает пучок света. При повороте трубы гониометра на угол φ в поле зрения видна линия λ =440 нм в спектре третьего порядка. Будут ли видны под этим же углом φ какие-либо другие спектральные линии, соответствующие длинам волн, лежащим в пределах видимого спектра (от 400 до 700 нм)?

429. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки, наполненной гелием. На какую линию в спектре третьего порядка накладывается красная линия гелия (λ =670 нм) спектра второго порядка?

430. Найти наибольший порядок спектра для желтой линии натрия $\lambda = 589 нм$, если постоянная дифракционной решетки равна 2 мкм.

431. На дифракционную решетку нормально падает пучок монохроматического света. Максимум третьего порядка наблюдается под углом 36°48' к нормали. Найти постоянную решетки, выраженную в длинах волн падающего света.

432. Чему равна постоянная дифракционной решетки, если эта решетка может разрешить в первом порядке линии спектра калия $\lambda_1 = 404.4 нм$ и $\lambda_2 = 404.7 нм$? Ширина решетки 3 см.

433. Чему должна быть равна постоянная дифракционной решетки шириной 2,5 см, чтобы в первом порядке был разрешен дублет натрия $\lambda_1 = 589 нм$ и $\lambda_2 = 589.6 нм$?

434. Постоянная дифракционной решетки шириной 2,5 см равна 2 мкм. Какую разность длин волн может разрешить эта решетки в области желтых лучей (λ =600 нм) в спектре второго порядка?

435. Определить угловую дисперсию дифракционной решетки для $\lambda_1 = 589 нм$ в спектре первого порядка. Постоянная решетки равна 2,5 мкм.

436. Угловая дисперсия дифракционной решетки для λ =668 нм в спектре первого порядка равна $2{,}02 \cdot 10^5$ рад/м. Найти период дифракционной решетки.

437. Найти линейную дисперсию (мм/$\mathring{A}$) дифракционной решетки предыдущей задачи, если фокусное расстояние линзы, проектирующей спектр на экран, равно 40 см.

438. На каком расстоянии друг от друга будут находиться на экране две линии ртутной дуги (λ_1 =577 нм и λ_2 =579,1 нм) в спектре первого порядка, полученного при помощи дифракционной решетки с периодом 2 мкм? Фокусное расстояние линзы, проектирующей спектр на экран, равно 0,6 м.

439. На дифракционную решетку нормально падает пучок света. Красная линия (λ =630 нм) видна в спектре третьего порядка под углом φ =60°.
1) Какая спектральная линия видна под этим же углом в спектре четвёртого порядка? 2) Какое число штрихов на 1 мм длины имеет дифракционная решетка? 3) Чему равна угловая дисперсия этой решетки для линии λ =630 нм в спектре третьего порядка?

440. Для какой длины волны дифракционная решетка с постоянной d=5 мкм имеет угловую дисперсию D=$6{,}3 \cdot 10^5$ рад/м в спектре третьего порядка?

441. Какое фокусное расстояние должна иметь линза, проектирующая на экран спектр, полученный при помощи дифракционной решетки, чтобы расстояние между двумя линиями калия 404,4 и 404,7 нм в спектре первого порядка было равно 0,1 мм? Постоянная дифракционной решетки 2 мкм.

442. Определить угол полной поляризации при отражении света от стекла, показатель преломления которого равен 1,57.

443. Предельный угол полного внутреннего отражения для некоторого вещества равен 45°. Чему равен для этого вещества угол полной поляризации?

444. Под каким углом к горизонту должно находиться Солнце, чтобы его лучи, отраженные от поверхности озера, были бы более полно поляризованы?

445. Чему равен показатель преломления стекла, если при отражении от него света отраженный луч будет полностью поляризован при угле преломления 30°?

446. Чему равен угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора, если интенсивность естественного света, прошедшего через поляризатор и анализатор, уменьшается в 4 раза? Поглощение света пренебречь.

447. Определить длину l_1 отрезка, на котором укладывается столько же длин волн в вакууме, сколько их укладывается на отрезке l_2=3 мм в воде.

448. На пути световой волны, идущей в воздухе, поставили стеклянную пластинку толщиной h=1 мм. На сколько изменится оптическая длина пути, если волна падает на пластинку: 1) нормально; 2) под углом i=30°?

449. На пути монохроматического света с длиной волны λ=0,6 мкм находится плоскопараллельная стеклянная пластина толщиной d=0,l мм. Свет падает на пластину нормально. На какой угол φ следует повернуть пластину, чтобы оптическая длина пути L изменилась на $\lambda/2$?

450. Два параллельных пучка световых волн *I* и *II* падают на стеклянную призму с преломляющим углом θ=30° и после преломления выходят из нее (рис. 35). Найти оптическую разность хода Δ световых волн после преломления их призмой.

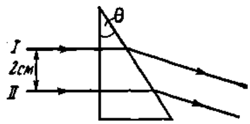


Рис. 35

451. Оптическая разность хода Δ двух интерферирующих волн монохроматического света равна 0,3λ. Определить разность фаз Δφ.

452. Найти все длины волн видимого света (от 0,76 до 0,38 мкм), которые будут: 1) максимально усилены; 2) максимально ослаблены при оптической разности хода Δ интерферирующих волн, равной 1,8 мкм.

453. Расстояние d между двумя когерентными источниками света (λ=0,5 мкм) равно 0,1 мм. Расстояние b между интерференционными полосами на экране в средней части интерференционной картины равно 1 см. Определить расстояние l от источников до экрана.

454. Расстояние d между двумя щелями в опыте Юнга равно 1мм, расстояние l от щелей до экрана равно 3 м. Определить длину волны λ, испускаемой источником монохроматического света, если ширина b полос интерференции на экране равна 1,5 мм.

455. В опыте Юнга расстояние d между щелями равно 0,8 мм. На каком расстоянии l от щелей следует расположить экран, чтобы ширина b интерференционной полосы оказалась равной 2 мм?

456. В опыте с зеркалами Френеля расстояние d между мнимыми изображениями источника света равно 0,5 мм, расстояние l от них до экрана равно 3 м. Длина волны λ=0,6 мкм. Определить ширину b полос интерференции на экране.

457. На мыльную пленку (n=1,3), находящуюся в воздухе, падает нормально пучок лучей белого света. При какой наименьшей толщине d пленки отраженный свет с длиной волны λ=0,55 мкм окажется максимально усиленным в результате интерференции?

458. Пучок монохроматических (λ=0,6 мкм) световых волн падает под углом i=30° на находящуюся в воздухе мыльную пленку (n=1,3). При какой

наименьшей толщине d пленки отраженные световые волны будут максимально ослаблены интерференцией? максимально усилены?

459. На тонкий стеклянный клин (n=1,55) падает нормально монохроматический свет. Двугранный угол α между поверхностями клина равен 2'. Определить длину световой волны λ, если расстояние b между смежными интерференционными максимумами в отраженном свете равно 0,3 мм.

460. Поверхности стеклянного клина образуют между собой угол θ=0,2'. На клин нормально к его поверхности падает пучок лучей монохроматического света с длиной волны λ=0,55 мкм. Определить ширину b интерференционной полосы.

461. На тонкий стеклянный клин в направлении нормали к его поверхности падает монохроматический свет (λ=600 нм). Определить угол θ между поверхностями клина, если расстояние b между смежными интерференционными минимумами в отраженном свете равно 4 мм.

462. Расстояние $\Delta r_{2,1}$ между вторым и первым темным кольцами Ньютона в отраженном свете равно 1 мм. Определить расстояние $\Delta r_{10,9}$ между десятым и девятым кольцами.

463. Плосковыпуклая линза выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке. Определить толщину d слоя воздуха там, где в отраженном свете (λ=0,6 мкм) видно первое светлое кольцо Ньютона.

464. Диаметр d_2 второго светлого кольца Ньютона при наблюдении в отраженном свете (λ=0,6 мкм) равен 1,2 мм. Определить оптическую силу D плосковыпуклой линзы, взятой для опыта.

465. Плосковыпуклая линза с оптической силой D=2 дптр выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке. Радиус r, четвертого темного кольца Ньютона в проходящем свете равен 0,7 мм. Определить длину световой волны.

466. Диаметры d_i и d_k двух светлых колец Ньютона соответственно равны 4,0 и 4,8 мм. Порядковые номера колец не определялись, но известно, что между двумя измеренными кольцами расположено три светлых кольца. Кольца наблюдались в отраженном свете (λ=500 нм). Найти радиус кривизны плосковыпуклой линзы, взятой для опыта.

467. Между стеклянной пластинкой и лежащей на ней плосковыпуклой стеклянной линзой налита жидкость, показатель преломления которой меньше показателя преломления стекла. Радиус r_8 восьмого темного кольца Ньютона при наблюдении в отраженном свете (λ=700 нм) равен 2 мм. Радиус R кривизны выпуклой поверхности линзы равен 1 м. Найти показатель преломления n жидкости.

468. Кольца Ньютона наблюдаются с помощью двух одинаковых плосковыпуклых линз радиусом R кривизны равным 1м, сложенных вплотную выпуклыми поверхностями (плоские поверхности линз параллельны). Определить радиус r_2 второго светлого кольца, наблюдаемого в отраженном свете (λ=660 нм) при нормальном падении света на поверхность верхней линзы.

469. На щель шириной a=0,05 мм падает нормально монохроматический свет (λ=0,6 мкм). Определить угол φ между первоначальным направлением пучка света и направлением на четвертую темную дифракционную полосу.

470. На узкую щель падает нормально монохроматический свет. Угол φ отклонения пучков света, соответствующих второй светлой дифракционной полосе, равен 1°. Скольким длинам волн падающего света равна ширина щели?

471. На щель шириной a=0,1 мм падает нормально монохроматический свет (λ=0,5 мкм). За щелью помещена собирающая линза, в фокальной плоскости которой находится экран. Что будет наблюдаться на экране, если угол φ дифракции равен: 1) 17'; 2) 43'.

472. Сколько штрихов на каждый миллиметр содержит дифракционная решетка, если при наблюдении в монохроматическом свете (λ=0,6 мкм) максимум пятого порядка отклонен на угол φ=18°?

473. На дифракционную решетку, содержащую n=100 штрихов на 1 мм, падает нормально монохроматический свет. Зрительная труба спектрометра наведена на максимум третьего порядка. Чтобы навести трубу на другой максимум того же порядка, ее нужно повернуть на угол $\Delta\varphi$=20°. Определить длину волны λ света.

474. Дифракционная решетка освещена нормально падающим монохроматическим светом. В дифракционной картине максимум второго порядка отклонен на угол φ_1=14°. На какой угол φ_2 отклонен максимум третьего порядка?

475. Дифракционная решетка содержит n=200 штрихов на 1 мм. На решетку падает нормально монохроматический свет (λ=0,6 мкм). Максимум какого наибольшего порядка дает эта решетка?

476. На дифракционную решетку, содержащую n=400 штрихов на 1 мм, падает нормально монохроматический свет (λ=0,6 мкм). Найти общее число дифракционных максимумов, которые дает эта решетка. Определить угол φ дифракции, соответствующий последнему максимуму.

477. При освещении дифракционной решетки белым светом спектры второго и третьего порядков отчасти перекрывают друг друга. На какую длину волны в спектре второго порядка накладывается фиолетовая граница (λ=0,4 мкм) спектра третьего порядка?

478. На дифракционную решетку, содержащую n=500 штрихов на 1 мм, падает в направлении нормали к ее поверхности белый свет. Спектр проецируется помещенной вблизи решетки линзой на экран. Определить ширину b спектра первого порядка на экране, если расстояние L линзы до экрана равно 3 м. Границы видимости спектра $\lambda_{кр}$=780 им, $\lambda_{Ф}$=400 нм.

479. На дифракционную решетку с периодом d=10 мкм под углом α=30° падает монохроматический свет с длиной волны λ=600 нм. Определить угол φ дифракции, соответствующий второму главному максимуму.

480. Дифракционная картина получена с помощью дифракционной решетки длиной l=1,5 см и периодом d=5 мкм. Определить, в спектре какого

наименьшего порядка этой картины получатся раздельные изображения двух спектральных линий с разностью длин волн $\Delta\lambda$=0,1 нм, если линии лежат в крайней красной части спектра ($\lambda \approx 760$ нм).

481. Какой наименьшей разрешающей силой R должна обладать дифракционная решетка, чтобы с ее помощью можно было разрешить две спектральные линии калия (λ_1=578 нм и λ_2=580 нм)? Какое наименьшее число N штрихов должна иметь эта решетка, чтобы разрешение было возможно в спектре второго порядка?

482. С помощью дифракционной решетки с периодом d=20 мкм требуется разрешить дублет натрия (λ_1=589,0 нм и λ_2=589,6 нм) в спектре второго порядка. При какой наименьшей длине l решетки это возможно?

483. Угловая дисперсия D_φ дифракционной решетки для излучения некоторой длины волны (при малых углах дифракции) составляет 5 мин/нм. Определить разрешающую силу R этой решетки для излучения той же длины волны, если длина l решетки равна 2 см.

484. Определить угловую дисперсию $D\varphi$ дифракционной решетки для угла дифракции φ==30° и длины волны λ=600 нм. Ответ выразить в единицах СИ и в минутах на нанометр.

485. На дифракционную решетку, содержащую n=500 штрихов на 1 мм, падает нормально монохроматический свет с длиной волны λ=700 нм. За решеткой помещена собирающая линза с главным фокусным расстоянием f=50 см. В фокальной плоскости линзы расположен экран. Определить линейную дисперсию D_l такой системы для максимума третьего порядка. Ответ выразить в миллиметрах на нанометр.

486. Нормально поверхности дифракционной решетки падает пучок света. За решеткой помещена собирающая линза с оптической силой D = 1 дптр. В фокальной плоскости линзы расположен экран. Определить число n штрихов на 1 мм этой решетки, если при малых углах дифракции линейная дисперсия D_l=1 мм/нм.

487. На дифракционную решетку нормально ее поверхности падает монохроматический свет (λ=650 нм). За решеткой находится линза, в фокальной плоскости которой расположен экран. На экране наблюдается дифракционная картина под углом дифракции φ=30°. При каком главном фокусном расстоянии f линзы линейная дисперсия D_l=0,5 мм/нм?

488. На грань кристалла каменной соли падает параллельный пучок рентгеновского излучения (λ=147 пм). Определить расстояние d между атомными плоскостями кристалла, если дифракционный максимум второго порядка наблюдается, когда излучение падает под углом ϑ=31°30' к поверхности кристалла.

489. Параллельный пучок рентгеновского излучения падает на грань кристалла. Под углом ϑ=65° к плоскости грани наблюдается максимум первого порядка. Расстояние d между атомными плоскостями кристалла 280 пм. Определить длину волны λ рентгеновского излучения.

490. Пучок света, идущий в воздухе, падает на поверхность жидкости под углом i_1=54°. Определить угол преломления i_2 пучка, если отраженный пучок полностью поляризован.

491. На какой угловой высоте φ над горизонтом должно находиться Солнце, чтобы солнечный свет, отраженный от поверхности воды, был полностью поляризован?

492. Пучок естественного света, идущий в воде, отражается от грани алмаза, погруженного в воду. При каком угле падения $i_в$ отраженный свет полностью поляризован?

493. Угол Брюстера $i_в$ при падении света из воздуха на кристалл каменной соли равен 57°. Определить скорость света в этом кристалле.

494. Предельный угол i полного отражения пучка света на границе жидкости с воздухом равен 43°. Определить угол Брюстера $i_в$ для падения луча из воздуха на поверхность этой жидкости.

495. Анализатор в k=2 раза уменьшает интенсивность света, приходящего к нему от поляризатора. Определить угол α между плоскостями пропускания поляризатора и анализатора. Потерями интенсивности света в анализаторе пренебречь.

496. Угол α между плоскостями пропускания поляризатора и анализатора равен 45°. Во сколько раз уменьшится интенсивность света, выходящего из анализатора, если угол увеличить до 60°?

497. Во сколько раз ослабляется интенсивность света, проходящего через два николя, плоскости пропускания которых образуют угол α=30°, если в каждом из николей в отдельности теряется 10 % интенсивности падающего на него света?

498. Определить длину волны рентгеновских лучей, падающих на кристалл кальцита, если дифракционный максимум первого порядка наблюдается на угле скольжения 3º. Постоянная решетка кальцита равна 3,04 $\mathring{A}$.

499. Угол максимальной поляризации при отражении от кристалла каменной соли равен 57º05'. Определить скорость распространения света в этом кристалле.

500. Луч света, идущий в воздухе, падает на поверхность жидкости под углом 50º. Определить угол преломления луча, если отраженный луч максимально поляризован.

501. Найти температуру печи, если известно, что из отверстия в ней размером 6,1 см^2 излучается в 1 с 8,28 кал. Излучение считать близким к излучению абсолютно черного тела.

502. Какое количество энергии излучает Солнце в 1 мин? Излучение Солнца считать близким к излучению абсолютно черного тела. Температуру поверхности Солнца принять равной 5800 К.

503. Какое количество энергии излучает 1 см^2 затвердевающего свинца в 1 с? Отношение энергетических светимостей поверхности свинца и абсолютно черного тела для этой температуры считать равным 0,6.

504. Мощность излучения абсолютно черного тела равна 34 кВт. Найти температуру этого тела, если известно, что поверхность его равна 0,6 м^2.

505. Раскаленная металлическая поверхность площадью 10 см^2 излучает в 1 мин $4\cdot10^4$ Дж. Температура поверхности равна 2500 К. Найти:
1) каково было бы излучение этой поверхности, если бы она была абсолютно черной, 2) каково отношение энергетических светимостей этой поверхности и абсолютно черного тела при данной температуре.

506. Температура вольфрамовой спирали в 25-ваттной электрической лампочке равна 2450 К. Отношение ее энергетической светимости к энергетической светимости абсолютно черного тела при данной температуре равно 0,3. Найти площадь излучающей поверхности спирали.

507. Найти солнечную постоянную, т. е. количество лучистой энергии, посылаемой Солнцем ежеминутно через площадку 1 см^2, перпендикулярную солнечным лучам и находящуюся на таком же расстоянии от него, что и Земля. Температуру поверхности Солнца принять равной 5800 К. Излучение Солнца считать близким к излучению абсолютно черного тела.

508. Найти, какое количество энергии с 1 см^2 поверхности в 1 с излучает абсолютно черное тело, если известно, что максимальная спектральная плотность его энергетической светимости приходится на длину волны 484 нм.

509. Мощность излучения абсолютно черного тела равна 10 кВт. Найти площадь излучающей поверхности тела, если известно, что длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности его энергетической светимости, равна 700 нм.

510. В каких областях спектра лежат длины волн, соответствующие максимуму спектральной плотности энергетической светимости, если источником света служит: 1) спираль электрической лампочки (T=3000 К),
2) поверхность Солнца (Т=6000 К), 3) атомная бомба, в которой в момент взрыва развивается температура около 10^9 Кельвинов? Излучение считать близким к излучению абсолютно черного тела.

511. При нагревании абсолютно черного тела длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, изменилась от 690 до 500 нм. Во сколько раз увеличилась при этом энергетическая светимость тела?

512. На какую длину волны приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела, имеющего температуру, равную температуре человеческого тела, т.е. 37°С.

513. Температура абсолютно черного тела изменилась при нагревании от 1000 до 3000 К. 1) Во сколько раз увеличилась при этом его энергетическая светимость? 2) На сколько изменилась при этом длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости? 3) Во сколько раз увеличилась его максимальная спектральная плотность энергетической светимости?

514. Абсолютно черное тело находится при температуре T_1=2900 К. В результате остывания тела длина волны, на которую приходится максимум

спектральной плотности энергетической светимости, изменилась на $\Delta\lambda$=9 мкм. До какой температуры T_2 охладилось тело?

515. Поверхность тела нагрета до температуры 1000 К. Затем одна половина этой поверхности нагревается на 100 К, другая охлаждается на 100 К. Во сколько раз изменится энергетическая светимость поверхности этого тела?

516. Какую мощность надо подводить к зачерненному металлическому шарику радиусом 2 см, чтобы поддерживать его температуру на 27 К выше температуры окружающей среды? Температура окружающей среды 20°С. Считать, что тепло теряется только вследствие излучения.

517. Зачерненный шарик остывает от температуры 27 до 20°С. На сколько изменилась длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности его энергетической светимости?

518. Поток энергии Φ_c, излучаемый из смотрового окошка плавильной печи, равен 34 Вт. Определить температуру T печи, если площадь отверстия S = 6 см^2.

519. Определить энергию W, излучаемую за время t= 1 мин из смотрового окошка площадью S=8 см^2 плавильной печи, если ее температура Т=1,2 кК.

520. Определить относительное увеличение $\Delta\ R_e/R_e$ энергетической светимости черного тела при увеличении его температуры на 1%.

521. Во сколько раз надо увеличить термодинамическую температуру черного тела, чтобы его энергетическая светимость R_e возросла в два раза?

522. Принимая коэффициент теплового излучения a_T угля при температуре Т=600 К равным 0,8, определить: 1) энергетическую светимость R_e угля; 2) энергию W, излучаемую с поверхности угля с площадью S = 5 см^2 за время t=10 мин.

523. С поверхности сажи площадью S = 2 см^2 при температуре Т=400 К за время t=5 мин излучается энергия $W=83$ Дж. Определить коэффициент теплового излучения a_T сажи.

524. Муфельная печь потребляет мощность $P=1$ кВт. Температура T ее внутренней поверхности при открытом отверстии площадью S=25 см^2 равна 1,2 кК. Считая, что отверстие печи излучает как черное тело, определить, какая часть ω мощности рассеивается стенками.

525. Мощность P излучения шара радиусом R= 10 см при некоторой постоянной температуре T равна 1 кВт. Найти эту температуру, считая шар серым телом с коэффициентом теплового излучения a_T =0,25.

526. Определить температуру T черного тела, при которой максимум спектральной плотности энергетической светимости $(r_{\lambda,T})_{max}$ приходится на красную границу видимого спектра (λ_1 =750 нм); на фиолетовую ($\lambda_2=380$ нм).

527. Максимум спектральной плотности энергетической светимости $(r_{\lambda,T})_{max}$ яркой звезды Арктур приходится на длину волны λ_m =580 нм. Принимая, что звезда излучает как черное тело, определить температуру T поверхности звезды.

528. Вследствие изменения температуры черного тела максимум спектральной плотности $(r_{\lambda,T})_{max}$ сместился с λ_1=2,4 мкм на λ_2=0,8 мкм. Как и во сколько раз изменились энергетическая светимость R_e тела и максимальная спектральная плотность энергетической светимости?

529. При увеличении термодинамической температуры T черного тела в два раза длина волны λ_m на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости $(r_{\lambda,T})_{max}$, уменьшилась на $\Delta\lambda$ = 400 нм. Определить начальную и конечную температуры T_1 и T_2.

530. Определить работу выхода A электронов из натрия, если красная граница фотоэффекта λ_0=500 нм.

531. Будет ли наблюдаться фотоэффект, если на поверхность серебра направить ультрафиолетовое излучение с длиной волны λ = 300 нм?

532. Какая доля энергии фотона израсходована на работу вырывания фотоэлектрона, если красная граница фотоэффекта λ_0 = 307 нм и максимальная кинетическая энергия T_{max} фотоэлектрона равна 1 эВ?

533. На поверхность лития падает монохроматический свет (λ=310 нм) Чтобы прекратить эмиссию электронов, нужно приложить задерживающую разность потенциалов U не менее 1,7 В. Определить работу выхода A.

534. На цинковую пластинку падает монохроматический свет с длиной волны λ=220 нм. Определить максимальную скорость v_{max} фотоэлектронов.

535. Определить длину волны λ ультрафиолетового излучения, падающего на поверхность некоторого металла, при максимальной скорости фотоэлектронов, равной 10 Мм/с. Работой выхода электронов из металла пренебречь.

536. Определить максимальную скорость v_{max} фотоэлектронов, вылетающих из металла под действием γ-излучения с длиной волны λ=0,3 нм.

537. Определить максимальную скорость v_{max} фотоэлектронов, вылетающих из металла при облучении γ-фотонами с энергией ε = 1,53МэВ.

538. Максимальная скорость v_{max} фотоэлектронов, вылетающих из металла при облучении его γ-фотонами, равна 291 Мм/с. Определить энергию ε γ-фотонов.

539. Определить поверхностную плотность I потока энергии излучения, падающего на зеркальную поверхность, если световое давление p при перпендикулярном падении лучей равно 10 мкПа.

540. На зеркальце с идеально отражающей поверхностью площадью S=1,5 см^2 падает нормально свет от электрической дуги. Определить импульс p, полученный зеркальцем, если поверхностная плотность потока излучения φ, падающего на зеркальце, равна 0,1 МВт/м^2. Продолжительность облучения t = 1с

541. Определить энергию ε, массу m и импульс p фотона, которому соответствует длина волны λ=380 нм (фиолетовая граница видимого спектра).

542. Определить длину волны λ, массу m и импульс p фотона с энергией ε =1 МэВ. Сравнить массу этого фотона с массой покоящегося электрона.

543. Определить длину волны λ фотона, импульс которого равен импульсу электрона, обладающего скоростью v =10 Мм/с.

544. Определить длину волны λ фотона, масса которого равна массе покоя: 1) электрона; 2) протона.

545. Давление *p* монохроматического света (λ=600 нм) на черную поверхность, расположенную перпендикулярно падающим лучам, равно 0,1 мкПа. Определить число *N* фотонов, падающих за время t=1 с на поверхность площадью S=1 см^2.

546. Монохроматическое излучение с длиной волны λ=500 нм падает нормально на плоскую зеркальную поверхность и давит на нее с силой F=10 нН. Определить число n_1 фотонов, ежесекундно падающих на эту поверхность.

547. Параллельный пучок монохроматического света (λ=662 нм) падает на зачерненную поверхность и производит на нее давление *p=0,3* мкПа. Определить концентрацию *n* фотонов в световом пучке.

548. Определить энергию, массу и импульс фотона, если соответствующая ему длина волны равна 1,6 пм.

549. С какой скоростью должен двигаться электрон, чтобы его кинетическая энергия была равна энергии фотона с длиной волны λ=520 нм?

550. С какой скоростью должен вдвигаться электрон, чтобы импульс его был равен импульсу фотона с длиной волны λ=520 нм?

551. Импульс, переносимый монохроматическим пучком фотонов через площадку S=2 см^2 за время t=0,5 мин, равен $p_ф$= =$3\cdot10^{-4}$ г·см/с. Найти для этого пучка энергию, падающую на единицу площади за единицу времени.

552. Найти массу фотона, импульс которого равен импульсу молекулы водорода при температуре 20°C. Скорость молекулы считать равной средней квадратичной скорости.

553. Красная граница фотоэффекта для некоторого металла равна 275 нм. Чему равно минимальное значение энергии фотона, вызывающего фотоэффект?

554. Красная граница фотоэффекта для некоторого металла равна 275 нм. Найти: 1) работу выхода электрона из металла, 2) максимальную скорость электронов, вырываемых из металла светом с длиной волны 180 нм,
3) максимальную кинетическую энергию электронов.

555. Найти частоту света, вырывающего с поверхности металла электроны, полностью задерживающиеся обратным потенциалом 3 В. Фотоэффект у этого металла начинается при частоте падающего света $6\cdot10^{14}$ с$^{-1}$. Найти работу выхода электрона из металла.

556. Найти задерживающий потенциал для фотоэлектронов, испускаемых при освещении калия светом с длиной волны 330 нм.

557. Кванты света с энергией ε = 4,9 эВ вырывают фотоэлектроны из металла с работой выхода A =4,5 эВ. Найти максимальный импульс, передаваемый поверхности металла при вылете каждого электрона.

558. Рентгеновские лучи с длиной волны λ_0=70,8 пм испытывают комптоновское рассеивание на парафине. Найти длину волны рентгеновских лучей, рассеянных в направлениях 1) $\pi/2$, 2) π.

559. Какова была длина волны рентгеновского излучения, если при комптоновском рассеянии этого излучения графитом под углом 60° длина волны рассеянного излучения оказалась равной 25,4 пм?

560. В явлении Комптона энергия падающего фотона распределяется поровну между рассеянным фотоном и электроном отдачи. Угол рассеяния равен $\pi/2$. Найти энергию и импульс рассеянного фотона.

561. Найти длину волны де Бройля для электронов, прошедших разность потенциалов: 1) 1 В, 2) 100 В.

562. Найти длину волны де Бройля для: 1) электрона, летящего со скоростью 10^8 см/с; 2) атома водорода, движущегося со средней квадратичной скоростью при температуре 300 К; 3) шарика массой 1 г, движущегося со скоростью 1 см/с.

563. Найти длину волны де Бройля для электрона, кинетическая энергия которого равна: 1) 10 кэВ, 2) 1 МэВ.

564. Заряженная частица, ускоренная разностью потенциалов 200 В, имеет длину волны де Бройля 2,02 Пм. Найти массу частицы, если известно, что заряд ее численно равен заряду электрона.

565. α-частица движется по окружности радиусом 0,83 см в однородном магнитном поле, напряженность которого равна 250 Э. Найти длину волны де Бройля для α-частицы.

566. Рентгеновское излучение длиной волны λ =55,8 пм рассеивается плиткой графита (Комптон-эффект). Определить длину волны λ' света, рассеянного под углом θ=60° к направлению падающего пучка света.

567. Определить максимальное изменение длины волны при комптоновском рассеянии: 1) на свободных электронах; 2) на свободных протонах.

568. Определить угол θ рассеяния фотона, испытавшего соударение со свободным электроном, если изменение длины волны $\Delta\lambda$ при рассеянии равно 3,62 пм.

569. Фотон с энергией ε =0,4 МэВ рассеялся под углом θ=90° на свободном электроне. Определить энергию ε' рассеянного фотона и кинетическую энергию T электрона отдачи.

570. Определить импульс p электрона отдачи при эффекте Комптона, если фотон с энергией, равной энергии покоя электрона, был рассеян на угол θ=180°.

571. Какая доля энергии фотона при эффекте Комптона приходится на электрон отдачи, если фотон претерпел рассеяние на угол θ=180°? Энергия ε фотона до рассеяния равна 0,255 МэВ.

572. Фотон с энергией ε = 0,25 МэВ рассеялся на свободном электроне. Энергия ε' рассеянного фотона равна 0,2МэВ. Определить угол рассеяния θ.

573. Угол рассеяния θ фотона равен 90°. Угол отдачи φ электрона равен 30°. Определить энергию ε падающего фотона.

574. Фотон (λ = 1 пм) рассеялся на свободном электроне под углом $\theta=90°$ Какую долю своей энергии фотон передал электрону?

575. Длина волны λ фотона равна комптоновской длине λ_c электрона. Определить энергию ε и импульс p фотона.

576. Найти: 1) радиусы первых трех боровских электронных орбит в атоме водорода, 2) скорости электрона на них.

577. Найти числовые значения кинетической, потенциальной и полной энергии электрона на первой боровской орбите.

578. Вычислить кинетическую энергию электрона, находящегося на n-й орбите атома водорода, для n=1, 2, 3 и ∞.

579. Найти наименьшую и наибольшую длины волн спектральных линий водорода в видимой области спектра.

580. 1) Найти наибольшую длину волны в ультрафиолетовой серии спектра водорода. 2) Какую наименьшую скорость должны иметь электроны, чтобы при возбуждении атомов водорода ударами электронов появилась эта линия?

581. На сколько изменилась кинетическая энергия электрона в атоме водорода при излучении атомом фотона с длиной волны λ=486 нм?

582. В каких пределах должны лежать длины волн монохроматического света, чтобы при возбуждении атомов водорода квантами этого света радиус орбиты электрона увеличился в 9 раз?

583. Найти длину волны де Бройля для электрона, движущегося по первой боровской орбите атома водорода.

584. Найти первый потенциал возбуждения: 1) однократно ионизованного гелия, 2) двукратно ионизованного лития.

585. Найти длину волны фотона, соответствующего переходу электрона со второй боровской орбиты на первую в однократно ионизованном атоме гелия.

586. Вычислить радиусы второй и третьей орбит в атоме водорода.

587. Определить скорость v электрона на второй орбите атома водорода.

588. Определить частоту обращения электрона на второй орбите атома водорода.

589. Определить длину волны λ, соответствующую третьей спектральной линии в серии Бальмера.

590. Найти наибольшую λ_{max} наименьшую λ_{min} длины волн в первой инфракрасной серии спектра водорода (серии Пашена).

591. Вычислить энергию ε фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на первый.

592. Определить наименьшую ε_{min} и наибольшую ε_{max} энергии фотона в ультрафиолетовой серии спектра водорода (серии Лаймана).

593. Фотон с энергией ε =16,5 эВ выбил электрон из невозбужденного атома водорода. Какую скорость v будет иметь электрон вдали от ядра атома?

594. Атом водорода в основном состоянии поглотил квант света с длиной волны λ= 121,5 нм. Определить радиус r электронной орбиты возбужденного атома водорода.

595. Определить первый потенциал U_i возбуждения атома водорода.

596. Электрон движется со скоростью v=200 Мм/с. Определить длину волны де Бройля λ, учитывая изменение массы электрона в зависимости от скорости.

597. Найти длину волны де Бройля λ протона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов U: 1) кВ; 2) 1 МВ.

598. Определить длину волны де Бройля λ электрона, находящегося на второй орбите атома водорода.

599. С какой скоростью движется электрон, если длина волны де Бройля λ электрона равна его комптоновской длине λ_c.

600. Электрон движется по окружности радиусом r = 0,5 см в однородном магнитном поле с индукцией B = 8 мТл. Определить длину волны де Бройля λ электрона.

Приложения

Некоторые астрономические величины

Приложение 1

Наименование	Величина (среднее значение)
Радиус Земли	$6{,}37 \cdot 10^6$ м
Масса Земли	$5{,}98 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$6{,}95 \cdot 10^8$ м
Масса Солнца	$1{,}98 \cdot 10^{30}$ кг
Радиус Луны	$1{,}74 \cdot 10^6$ м
Масса Луны	$7{,}33 \cdot 10^{22}$ кг
Расстояние от центра Земли до центра Солнца	$1{,}49 \cdot 10^{11}$ м
Расстояние от центра Земли до центра Луны	$3{,}84 \cdot 10^8$ м

Плотность жидкостей

Приложение 2

Жидкость	**Плотность,** кг/м^3	**Жидкость**	**Плотность,** кг/м^3
Вода (при 4°С)	$1{,}00 \cdot 10^3$	**Ртуть**	$13{,}6 \cdot 10^3$
Глицерин	$1{,}26 \cdot 10^3$	**Спирт**	$0{,}80 \cdot 10^3$
		Сероуглерод	$1{,}26 \cdot 10^3$

Плотность твердых тел

Приложение 3

Твердое тело	Плотность, кг/м^3	Твердое тело	Плотность, кг/м^3
Алюминий	$2{,}7 \cdot 10^3$	Медь	$8{,}9 \cdot 10^3$
Барий	$3{,}5 \cdot 10^3$	Никель	$8{,}9 \cdot 10^3$
Ванадий	$6{,}0 \cdot 10^3$	Свинец	$11{,}3 \cdot 10^3$
Висмут	$9{,}8 \cdot 10^3$	Серебро	$10{,}5 \cdot 10^3$
Железо	$7{,}8 \cdot 10^3$	Цезий	$1{,}9 \cdot 10^3$
Литий	$0{,}53 \cdot 10^3$	Цинк	$7{,}1 \cdot 10^3$

Основные физические постоянные

Приложение 4

Физическая постоянная	Обозначение	Числовое значение
Ускорение свободного падения	g	$9{,}81 м/с^2$
Гравитационная постоянная	γ	$6{,}67\cdot10^{-11}\ м^3/(кг\cdot с^2)$
Число Авогадро	N_A	$6{,}02\cdot10^{26}$ кмоль$^{-1}$
Универсальная газовая постоянная	R	$8{,}31\cdot10^3$ Дж/(кмоль·К)
Постоянная Больцмана	k	$1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К
Заряд электрона	e	$1{,}60\cdot10^{-19}$ Кл
Скорость света в вакууме	c	$3{,}00\cdot10^{8}$ м/с
Постоянная закона Стефана-Больцмана	σ	$5{,}67\cdot10^{-8}\ Вт/(м^2\cdot К^4)$
Постоянная закона смещения Вина	C'	$2{,}90\cdot10^{-3}$ м·К
Постоянная второго закона Вина	C''	$1{,}30\cdot10^{-5}\ Вт/(м^3\cdot К^5)$
Постоянная Планка	h	$6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж·с
Постоянная Планка, деленая на 2π	$\hbar$	$1{,}05\cdot10^{-34}$ Дж·с
Постоянная Ридберга (для атома водорода ${}_1H^1$)	R	$1{,}097\cdot10^{7}$ м$^{-1}$
Радиус первой боровской орбиты	r_1	$0{,}529\cdot10^{-10}$ м$^{-1}$
Комптоновская длина волны электрона	λ_c	$2{,}43\cdot10^{-12}$ м (2,43пм)
Магнетон Бора	$\mu_Б$	$0{,}927\cdot10^{-23}\ А\cdot м^2$
Энергия ионизации атома водорода	E_i	$2{,}18\cdot10^{-18}$ Дж (13,6 эВ)
Атомная единица массы	а.е.м.	$1{,}660\cdot10^{-27}$ кг
Коэффициент пропорциональности между энергией и массой	c^2	$9{,}00\cdot10^{16}$ Дж/кг (931 МэВ/а.е.м.)

Плотность газов (при нормальных условиях)

Приложение 5

Газ	Плотность, $кг/м^3$	Газ	Плотность, $кг/м^3$
Водород	0,09	Гелий	0,18
Воздух	1,29	Кислород	1,43

Коэффициент поверхностного натяжения жидкостей

Приложение 6

Жидкость	Коэффициент, мН/м	Жидкость	Коэффициент, мН/м
Вода	72	Ртуть	500
Мыльная вода	40	Спирт	22

Эффективный диаметр молекул

Приложение 7

Газ	Диаметр, м	Газ	Диаметр, м
Азот	$3{,}0 \cdot 10^{-10}$	Гелий	$1{,}9 \cdot 10^{-10}$
Водород	$2{,}3 \cdot 10^{-10}$	Кислород	$2{,}7 \cdot 10^{-10}$

Диэлектрическая проницаемость

Приложение 8

Вещество	Проницаемость	Вещество	Проницаемость
Парафин	2,0	Вода	81
Стекло	7,0	Масло трансформаторное	2,2

Удельное сопротивление металлов

Приложение 9

Металл	Удельное сопротивление, $Ом \cdot м$	Металл	Удельное сопротивление, $Ом \cdot м$
Железо	$9{,}8 \cdot 10^{-8}$	Медь	$1{,}7 \cdot 10^{-8}$
Нихром	$1{,}1 \cdot 10^{-6}$	Серебро	$1{,}6 \cdot 10^{-8}$

Энергия ионизации

Приложение 10

Вещество	Дж	эВ
Водород	$2{,}18 \cdot 10^{-18}$	13,6
Гелий	$3{,}94 \cdot 10^{-18}$	24,6
Ртуть	$1{,}66 \cdot 10^{-18}$	10,4
Литий	$8{,}62 \cdot 10^{-17}$	5,39

Подвижность ионов в газах, $м^2/(В \cdot с)$

Приложение 11

Газ	Положительные ионы	Отрицательные ионы
Азот	$1{,}27 \cdot 10^{-4}$	$1{,}81 \cdot 10^{-4}$
Водород	$5{,}4 \cdot 10^{-4}$	$7{,}4 \cdot 10^{-4}$
Воздух	$1{,}4 \cdot 10^{-4}$	$1{,}9 \cdot 10^{-4}$

Работа выхода электронов

Приложение 12

Металл	Дж	эВ
Калий	$3{,}5 \cdot 10^{-19}$	2,2
Литий	$3{,}7 \cdot 10^{-19}$	2,3
Платина	$10 \cdot 10^{-19}$	6,3
Рубидий	$3{,}4 \cdot 10^{-19}$	2,1
Серебро	$7{,}5 \cdot 10^{-19}$	4,7
Цезий	$3{,}2 \cdot 10^{-19}$	2,0
Цинк	$6{,}4 \cdot 10^{-19}$	4,0

Показатель преломления

Приложение 13

Вещество	Показатель
Вода	1,33
Глицирин	1,47
Стекло	1,5
Алмаз	2,42

Лабораторная работа 0-1
Определение ускорения свободного падения с помощью математического маятника.

Цель работы: Ознакомиться с тремя видами измерений физических величин и методами обработки экспериментальных данных на примере движения математического маятника.

Упражнение 1. **Порядок обработки прямых измерений. Определение периода колебаний математического маятника.**

1. Длину нити математического маятника l и значения периода колебаний возьмите из **табл. 4** и внесите их в **табл.1**.

Таблица 1

$N_{изм}$	1	2	3	4	5	$\sum$
T_i						
$\left(T_i - \langle T \rangle\right)^2$						

2. Просуммируйте все значения t_i и данную сумму занесите в соответствующую графу $\sum$. Используя значение этой суммы, по формуле $<T>=\frac{\sum_{i=1}^{n} T_i}{n}$ найдите среднее значение периода колебаний математического маятника.

3. Зная $<T>$, заполните окончательно **табл.1**, используя данные этой таблицы, найдите дисперсию среднего значение периода колебаний маятника по формуле

$$S^2_{<T>} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(T_i - <T>)^2}{n\cdot(n-1)} .$$

4. Найдите среднеквадратичное отклонение среднего значения по формуле

$$S_{<T>} = \sqrt{S^2_{<T>}}$$

5. Результат измерения периода колебаний запишите в виде

$$T = <T> \pm t_{p,k}\cdot S_{<T>} .$$

Где $t_{p,k}$ - параметр Стьюдента, равный 2,8, при вероятности $p = 0.95$ и числе степеней свободы $k = n - 1.$

Упражнение 2. **Обработка результатов косвенных измерений.** Определение ускорения свободного падения

1. Запишите в **табл.2** значения периода колебаний маятника. Эти данные возьмите из упражнения 1.

2. По формуле $<g>=\frac{4\cdot\pi^2\cdot l}{<T^2>}$ вычислите среднее значение ускорения для

каждого значения T.

Таблица 2

$N_{изм}$	T_i	$S_{<T>}$	l	$S_{<l>}$	g	$S_{<g>}$
1						
2						
3						
4						
5						
$\sum$						

3. Вычислите дисперсию ускорения свободного падения по формуле

$$S^2_{<g>} = \left(\frac{4\cdot\pi^2}{<T^2>}\right)^2 \cdot S^2_l + \left(\frac{-8\cdot\pi^2\cdot l}{<T^3>}\right)^2 \cdot S^2_{<T>} + \left(\frac{8\cdot\pi\cdot l}{<T^2>}\right)^2 \cdot S^2_\pi$$

В качестве дисперсии длины маятника берется квадрат приборной погрешности. Для π=3.14 его дисперсия равна 0.0016.

4. Найдите среднеквадратичное отклонение ускорения по формуле

$$S_{<g>} = \sqrt{S^2_{<g>}}$$

5. Результат измерения ускорения запишите в виде

$$g = <g> \pm S_{<g>}$$

Упражнение 3. Порядок обработки совместных измерений. Определение ускорения свободного падения

В этом упражнении необходимо определить ускорение свободного падения из совместных измерений длины математического маятника и его периода колебаний.

Период колебаний математического маятника вычисляется по формуле $T = 2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{l}{g}}$.

Для того, чтобы воспользоваться методом обработки совместных измерений для зависимости $y = A\cdot x$ введем следующие обозначения:

$$\mathrm{y} = \mathrm{T}; \qquad \mathrm{x} = \sqrt{\mathrm{l}}; \qquad \mathrm{A} = \frac{2\cdot\pi}{\sqrt{\mathrm{g}}}$$

Таким образом, зная экспериментальную зависимость $\mathrm{T} = \mathrm{f}(\sqrt{\mathrm{l}})$ или

$y = A \cdot x$, можем вычислить коэффициент A. Затем из соотношения $g = \dfrac{4 \cdot \pi^2}{A^2}$ вычислим ускорение свободного падения.

1. Получите у преподавателя значение пяти различных длины и для заданных значений длин математического маятника определите период его колебаний.
2. Полученные данные запишите в **табл.3** (графы 2,3). В соответствии с вышеприведенными обозначениями заполните графы 4 и 5

Таблица 3

1	2	3	4	5	6	7	8
$N_{изм}$	l_i	T_i	x_i	y_i	$x_i \cdot y_i$	x_i^2	$(y_i - A \cdot x_i)^2$
1							
2							
3							
4							
5							
$\sum$							

3. Проведите соответствующие вычисления и заполните графы 6,7 **табл.3**. В графу $\sum$ вносится сумма соответствующих колонок.
4. По формуле $A = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}$ вычислите значения параметра A.
5. Проведите соответствующие расчеты и заполните графу 8.

Далее по формуле $S_A^2 = \dfrac{1}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2} \cdot \dfrac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - A \cdot x_i)^2}{n-1}$ вычислите дисперсии параметра А .

6. По формуле $g = \dfrac{4 \cdot \pi^2}{A^2}$ вычислите ускорение свободного падения.

7. По формуле $S^2_{<g>} = \left(\frac{8\cdot\pi}{A^2}\right)^2 \cdot S^2_\pi + \left(-\frac{8\cdot\pi^2}{A^3}\right)^2 \cdot S^2_A$ вычислите среднеквадратичное отклонение ускорения свободного падения.

8. Окончательный результат запишите в виде $g = <g> \pm S_{<g>}$.

9. В координатах XOY постройте график зависимости $y = A\cdot x$, там же нанесите звездочками экспериментальные точки (x_i, y_i).

Экспериментальные данные, полученные при выполнении лабораторной работы 0-1.

Таблица 4.

Номер	Длина нити l (м)	Период колебаний				
		T_1 (с)	T_2(с)	T_3(с)	T_4(с)	T_5(с)
1	0.50	1.4170	1.4160	1.4180	1.4169	1.4154
2	0.47	1.3758	1.3756	1.3764	1.3769	1.3753
3	0.44	1.3349	1.3350	1.3323	1.3320	1.3327
4	0.41	1.2858	1.2857	1.2855	1.2855	1.2853
5	0.38	1.2363	1.2360	1.2353	1.2365	1.2363
6	0.35	1.1921	1.1918	1.1922	1.1941	1.1922
7	0.32	1.1437	1.1450	1.1450	1.1423	1.1453
8	0.29	1.0853	1.0869	1.0850	1.0850	1.0866
9	0.26	1.0356	1.0327	1.0324	1.0353	1.0321
10	0.23	0.9767	0.9765	0.9763	0.9769	0.9767

Таблица 5.

N изм	Номер 1		Номер 2		Номер 3		Номер 4		Номер 5	
	l_i	T_i	l_i	T_i	l_i	T_i	l_i	T_i	l_i	T_i
1	0.50	1.4470	0.47	1.3758	0.44	1.3349	0.41	1.2857	0.38	1.2363
2	0.44	1.3349	0.41	1.2858	0.50	1.4160	0.47	1.4160	0.50	1.4470
3	0.38	1.2363	0.35	1.1921	0.38	1.2360	0.35	1.1922	0.44	1.1921
4	0.32	1.1437	0.29	1.0853	0.32	1.1918	0.29	1.0869	0.32	1.0853
5	0.26	1.0356	0.23	0.9767	0.26	1.1450	0.23	0.9765	0.26	1.1450

N изм	Номер 6		Номер 7		Номер 8		Номер 9		Номер 10	
	l_i	T_i	l_i	T_i	l_i	T_i	l_i	T_i	l_i	T_i
1	0.35	1.1921	0.32	1.1437	0.29	1.0853	0.26	1.0356	0.23	0.9767
2	0.47	1.3764	0.50	1.4154	0.47	1.3769	0.50	1.4180	0.47	1.3769
3	0.41	1.2855	0.44	1.3320	0.41	1.2855	0.44	1.3320	0.41	1.2855
4	0.29	1.0850	0.38	1.2365	0.35	1.1922	0.38	1.2360	0.35	1.1922
5	0.23	0.9763	0.26	0.9767	0.23	0.9769	0.32	1.1423	0.29	1.0850

Заключение

Физика является одной из дисциплин, состывляющих основу теоретической подготовки выпускников втузов любого профиля. Авторы ставили себе целью в представленном для печати объеме по возможности достаточно и подробно и вместе с тем не упрощая сути изложить программный материал по дисциплине.

Учитывая особенности заочного обучения, большойобъем теоретического материала для самостоятельного изучения, возможный длительный перерыв между школой (техникумом) и вузом, слабые навыки решения задач, мы считали необходимым привести во вскх рассматриваемых разделах основные формулы с соответствующими поясненими, рассмотреть примеры решения задач, чтобы облегчить выполнение предусмотренных учебным планом контрольных работ.

Авторы с благодарностью примут любые замечания и пожелания и учтут их в дальнейшей работе.

Библиографический список

1. *Чертов А.Г.,* Задачник по физике/А.Г. Чертов, А.А. Воробьев. – М.: Высшая школа, 2009.
2. *Волькенштейн В.С.,* Сборник задач по общему курсу физике/В.С. Волькенштейн. Изд. доп. и перераб. – СПб.: СпецЛит, 2008.
3. *Балаш В.А.,* Задачи по физике и методы их решения/В.А. Балаш. – М.: Просвещение, 1974.
4. *Новодворская Е.М.,* Методика проведения упражнений во втузе/Е.М. Новодворская, Э.М. Дмитриев. – М.: Высшая школа, 1981.
5. *Белонучкин В.Е., Заикин Д.А., Кингсеп А.С., Локшин Г.Р., Ципенюк Ю.М.* Задачи по общей физике М.: ФИЗМТЛИТ, 2001.
6. *Иродов И.Е.* Задачи по общей физике/ И.Е. Иродов. 2010г. 8-е изд.
7. *Трофимова Т.И.* Сборник задач по курсу физики с решениями. Учебное пособие для вузов/Т. И. Трофимова, З. Г. Павлова. – 5-е изд., стар. - М.: Высш. Шк., 2004.
8. *Трофимова Т.И.* Физика. Решения задач/ Т.И.Трофимова, А.В. Фирсов. М.: Дрофа, 2008.
9. Черноуцан А.И., Физика. Задачи с ответами и решениями/А.И. Черноуцан. 2009.

Оглавление