

5. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

§ 5.1 Основы молекулярно-кинетической теории (МКТ)

Молекулярной физикой называется раздел физики, изучающий зависимость агрегатных состояний и свойств вещества от его строения и взаимодействия между частицами вещества с учётом характера их теплового движения.

Молекулярно-кинетической теорией называется учение о строении и свойствах вещества, которое основано на представлении о его молекулярном строении.

5.1.1 Основные положения МКТ

Молекулярно-кинетическая теория построена на представлении о веществе как о совокупности частиц (**атомов** или **молекул**). Эти частицы находятся в непрерывном хаотическом движении (**тепловом движении**), интенсивность которого определяет температуру вещества.

Основные положения МКТ, на которых основано это учение, следующие:

1. все вещества состоят из атомов, молекул или ионов, находящихся в непрерывном хаотическом тепловом движении (доказательством являются Броуновское движения, диффузия и др. явления),

2. между частицами вещества одновременно действуют силы притяжения и силы отталкивания, величина которых зависит от их относительных расстояний (доказательством может служить, например, то обстоятельство, что твёрдое тело одновременно трудно сжать или растянуть).

§ 5.2 Агрегатные состояния вещества

В зависимости от соотношения между средней кинетической энергией теплового движения частиц и средней потенциальной энергией их взаимодействия вещество может находиться в **газообразном**, **жидком** или **твёрдом** состояниях.

Твёрдое тело

Вещество находится в твёрдом состоянии, если средняя потенциальная энергия притяжения молекул много больше их средней кинетической энергии, то есть $\langle E_{\text{потенц}} \rangle \gg \langle E_{\text{кин}} \rangle$.

Молекулы в твёрдом теле располагаются упорядочено и плотно заполняют пространство (см. рис.5.1).

Значительная потенциальная энергия взаимодействия препятствует изменению среднего расстояния между атомами (молекулами). Следствие этого – сохранение формы и объёма.

При деформации в твёрдом теле возникают силы, стремящиеся восстановить его форму.

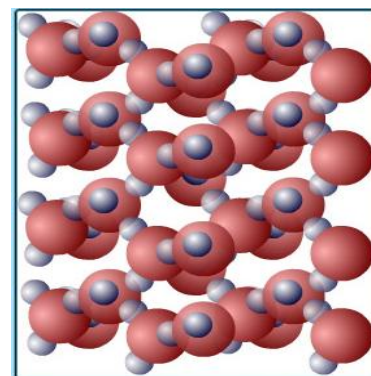


Рис. 5.1

Жидкость

Вещество находится в жидком состоянии, если средняя кинетическая энергия молекул соизмерима со средней потенциальной энергией их притяжения, то есть $\langle E_{\text{кин}} \rangle \approx \langle E_{\text{потенц}} \rangle$.

Молекулы в жидкости расположены почти вплотную друг к другу и совершают колебания около положений равновесия, иногда перескакивая из одного положения в другое, сталкиваясь с соседними молекулами (см. рис. 5.2).

При повышении температуры время «оседлой» жизни молекул жидкости уменьшается.

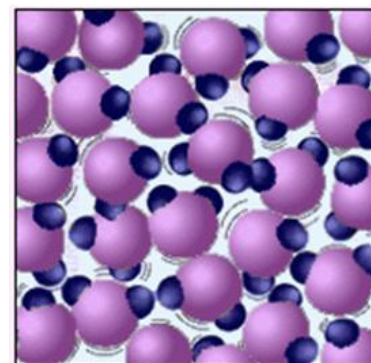


Рис. 5.2

Рост кинетической энергии молекул приводит к увеличению амплитуды их колебаний. Относительные положения молекул в жидкости не фиксированы, что приводит к характерному только для жидкости свойству – *текучести*. Текучесть жидкости происходит преимущественно в направлении действия внешней силы.

Сжимаемость жидкости не велика и мало отличается от сжимаемости твердых тел из-за малого расстояния между молекулами.

Жидкости сохраняют свой объём, но принимают форму того сосуда, в котором они находятся. Кроме того, жидкости имеют границу раздела с другой средой и обладают поверхностным натяжением.

Газ

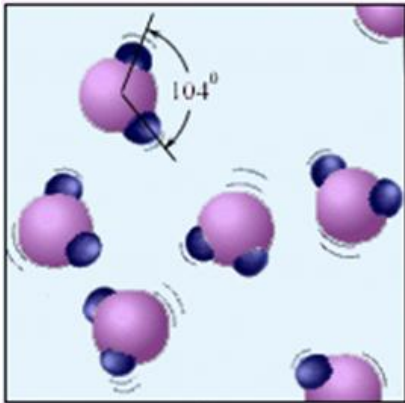


Рис.5.3

Вещество находится в газообразном состоянии, если средняя кинетическая энергия молекул превышает их среднюю потенциальную энергию притяжения, то есть $\langle E_{кин} \rangle \gg \langle E_{потенц} \rangle$.

Расстояние между атомами или молекулами в газе во много раз больше размеров самих молекул.

Газ может неограниченно расширяться в пространстве, так как силы притяжения между молекулами незначительны. Газы не сохраняют ни формы, ни объёма.

Высокая сжимаемость газа объясняется большим межмолекулярным расстоянием. При сжатии газа его плотность возрастает, расстояния между молекулами уменьшаются.

Для измерения температуры в термодинамике используется шкала Кельвина, температура по которой пропорциональна средней кинетической энергии поступательного движения частиц идеального газа. Таким образом, ноль по этой шкале соответствует отсутствию теплового движения молекул. Температура вещества, определенная по этой шкале, называется *абсолютной температурой* T . Переход от шкалы Цельсия к шкале Кельвина осуществляется с помощью соотношения

$$T \text{ K} = t \text{ } ^\circ\text{C} + 273 \quad (5.1)$$

где T — абсолютная температура, K , Кельвин, а t — температура по Цельсию, $^\circ\text{C}$. Существуют и другие температурные шкалы. Соотношения между различными температурными шкалами приводятся на рис. 5.4.

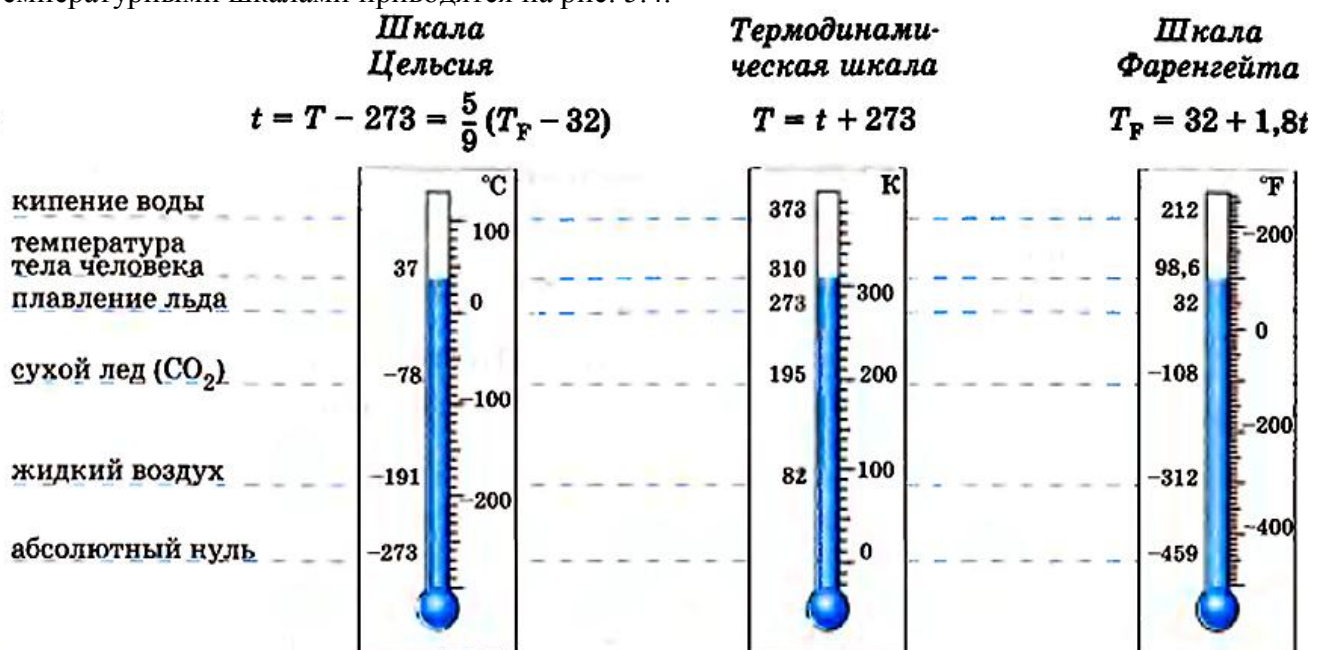


Рис. 5.4

§ 5.3 Модель идеального газа

Идеальный газ является простейшей моделью реального газа. Основным упрощением идеального газа от реального является то, что в идеальном газе пренебрегают потенциальной энергией взаимодействия между его молекулами. Это приводит к тому, что идеальный газ ни при каких условиях нельзя превратить в жидкость, в то время как реальный газ можно. Свойства идеального газа зависят лишь от концентрации его молекул и от кинетической энергии их теплового движения.

Модель идеального газа основывается на следующих предположениях:

1. расстояние между частицами идеального газа во много раз больше их размеров (то есть частицы газа рассматриваются как материальные точки),
2. частицы газа движутся от одного столкновения до другого равномерно и прямолинейно и сталкиваются абсолютно упруго друг с другом и со стенками сосуда, в котором они находятся,
3. потенциальная энергия взаимодействия между молекулами идеального газа равна нулю (то есть силами межмолекулярного взаимодействия между частицами идеального газа пренебрегают).

5.3.1 Основные параметры состояния

Параметрами состояния называются физические величины, характеризующие состояние термодинамической системы.

К основным параметрам состояния относятся:

1. **объём** V (характеризует способность тел занимать определённое пространство), $V = \text{м}^3$,
2. **давление** p (характеризует силовое воздействие твёрдого тела, жидкости или газа на контактирующие с ними тела),

$$p = \frac{F_{\perp}}{S}, \quad p = \text{Па}, \text{ Паскаль},$$

где F_{\perp} - сила, действующая перпендикулярно поверхности площадью S .

3. **абсолютная температура** T (характеризует интенсивность теплового движения частиц вещества, которая определяет степень нагретости тел и является мерой средней кинетической энергии поступательного движения молекул вещества),

$$T = K, \text{ Кельвин},$$

$$T \text{ К} = t \text{ }^{\circ}\text{C} + 273$$

где T — абсолютная температура, K , Кельвин, а t — температура по Цельсию, $^{\circ}\text{C}$,

4. **молярная масса вещества** μ (показывает массу одного моля вещества)

$$\mu = \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$$

5. **количество вещества** ν (определяет число структурных элементов вещества).

$$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A}, \quad \nu = \text{моль},$$

где N - число частиц в данном веществе,

$N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}}$ - число Авогадро (оно показывает число структурных элементов в одном моле любого вещества),

Моль – количество вещества, в котором содержится столько же частиц, сколько атомов содержится в изотопе углерода ^{12}C массой 0,012 кг.

- б. **концентрация** n (показывает число частиц в единице объёма вещества)

$$n = \frac{N}{V}, \quad n = \left[\frac{1}{\text{м}^3} \right].$$

§ 5.4 Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов

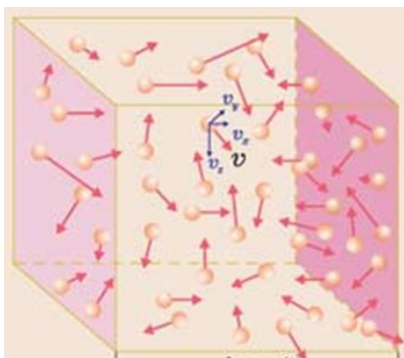


Рис. 5.5

Движение частиц газа ограничивается стенками сосуда, в котором он находится. Столкновения частиц со стенками сосуда приводят к изменению импульса частиц, а, следовательно, к появлению силы воздействия газа на стенку, которая называется силой давления. Сила давления всегда направлена по нормали к поверхности сосуда, а её отношение к величине площади поверхности называется давлением газа. Используя законы механики, можно получить зависимость давления от средней кинетической энергии поступательного теплового движения частиц газа. Она имеет такой вид:

$$p = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \left(\frac{m_0 \overline{v^2}}{2} \right). \quad (5.2)$$

Здесь m_0 - масса частицы газа; v - скорость её теплового движения, N - количество частиц газа; V - объем газа. Угловые скобки обозначают усреднение кинетической энергии по всем частицам.

Таким образом, уравнение (5.2) можно записать в виде:

$$p = \frac{2}{3} n \langle E_{кин} \rangle, \quad (5.3)$$

$\langle E_{кин} \rangle = \frac{m_0 \overline{v^2}}{2}$ - средняя кинетическая энергия теплового движения молекулы идеального газа,

m_0 - масса одной молекулы.

Если массы всех частиц газа одинаковы (однородный газ), то усреднение кинетической энергии сводится к умножению половины массы частицы на усредненный квадрат скорости теплового движения:

$$\left(\frac{m_0 \overline{v^2}}{2} \right) = \frac{m_0}{2} \overline{v^2}, \quad (5.4)$$

Средняя кинетическая энергия теплового движения частиц может быть выражена через абсолютную температуру:

$$\left(\frac{m_0 \overline{v^2}}{2} \right) = \frac{3}{2} kT, \quad (5.5)$$

где $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ - постоянная Больцмана; T — абсолютная температура.

С учетом этой связи давление газа можно выразить через температуру:

$$p = nkT, \quad (5.6)$$

В уравнениях (5.3) и (5.6) соотношение

$$n = \frac{N}{V}, \quad (5.7)$$

называется **концентрацией** частиц газа в занимаемом объеме.

Формулы (5.3) и (5.6) являются **основными уравнениями молекулярно-кинетической теории идеальных газов**.

Важным параметром, характеризующим тепловое движение частиц газа, является их средняя квадратичная скорость. Она определяется соотношением

$$v_{ср.кв.} = \sqrt{\overline{v^2}}, \quad (5.8)$$

и с помощью уравнений (5.4) и (5.5) ее значение можно связать с температурой:

$$v_{\text{ср. кв.}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} \quad (5.9)$$

Массу молекулы вещества можно рассчитать, зная его молярную массу μ и число Авогадро N_A :

$$m_0 = \frac{\mu}{N_A}, \quad (5.10)$$

Количество частиц газа, необходимое для расчета концентрации, можно определить, зная массу газа m по формуле:

$$N = N_A \frac{m}{\mu}, \quad (5.11)$$

в которой отношение массы газа к его молярной массе называется **количеством вещества** в молях:

$$\nu = \frac{m}{\mu}. \quad (5.12)$$

§ 5.5 Уравнение состояния идеального газа

Подставляя в основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов (5.6) выражение (5.7), с учетом (5.11) получим:

$$pV = \frac{m}{M} N_A kT, \quad (5.13)$$

Произведение постоянной Больцмана на число Авогадро называется **универсальной газовой постоянной**:

$$R = kN_A \quad (5.14)$$

где $R = 8.31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$.

Таким образом, выражение (5.13) можно записать в виде

$$pV = \frac{m}{M} RT, \quad (5.15)$$

Соотношение (5.15) называется **уравнением Менделеева-Клапейрона** и является **основным уравнением состояния идеального газа**.

Если масса газа не изменяется, то его состояние можно описать **уравнением Клапейрона**:

если $m = \text{const}$, то

$$\frac{pV}{T} = \text{const}. \quad (5.16)$$

5.5.1 Изопроцессы идеального газа

Изопроцессом называется термодинамический процесс, протекающий при каком-либо неизменном параметре состояния.

Различают следующие виды изопроцессов:

- изохорический,
- изотермический,
- изобарический,
- адиабатный,
- политропный.

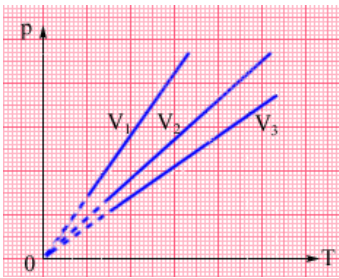


Рис. 5.6

Изохорический процесс

(процесс, протекающий при постоянном объеме, т.е. $V = const$)

При изохорическом процессе идеальный газ подчиняется **уравнению Шарля**:

если $m = const$, то $\frac{P}{T} = const$. (5.17)

На рис. 5.6 $V_3 > V_2 > V_1$.

Изохорное нагревание газа:
 а) начальное состояние;
 б) конечное состояние

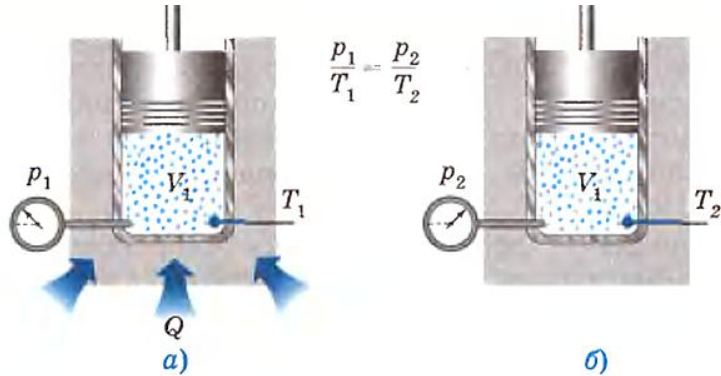


Рис. 5.7

Изотермический процесс

(процесс, протекающий при постоянной температуре, т.е. $T = const$)

При изотермическом процессе идеальный газ подчиняется **уравнению Бойля-Мариотта**:

если $m = const$, то $pV = const$ (5.18)

На рис.5.8 $T_3 > T_2 > T_1$.

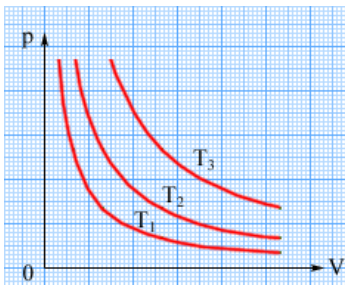


Рис. 5.8

Изобарический процесс

(процесс, протекающий при постоянной температуре, т.е. $p = const$)

При изобарическом процессе идеальный газ подчиняется **уравнению Гей-Люссака**:

если $m = const$, то $\frac{V}{T} = const$. (5.19)

На рис. 5.9 $p_3 > p_2 > p_1$.

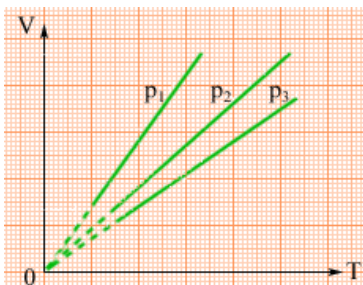
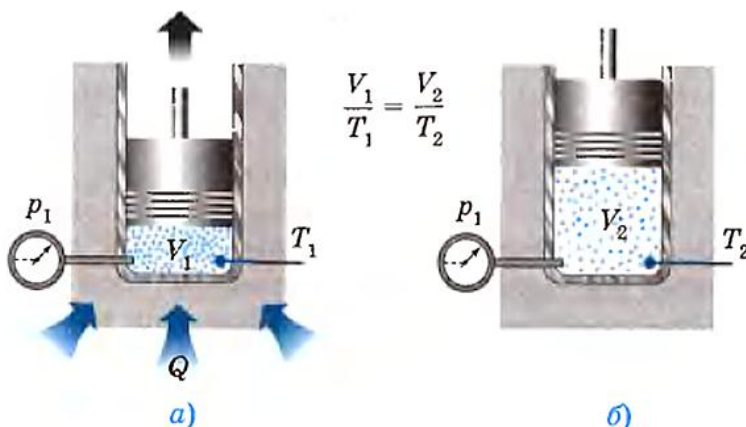


Рис. 5.9



Изобарное расширение газа:
 а) начальное состояние;
 б) конечное состояние

Рис. 5.10

Адиабатный процесс(процесс, протекающий без теплообмена с окружающей средой, т.е. $\Delta Q = 0$)При адиабатном процессе идеальный газ подчиняется **уравнению Пуассона**:

$$\begin{cases} pV^\gamma = const \\ TV^{\gamma-1} = const, \\ T p^{-\frac{\gamma-1}{\gamma}} = const \end{cases} \quad (5.20)$$

где $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i}$ - показатель адиабаты (или показатель Пуассона), C_p и C_v - теплоёмкость идеального газа при постоянном давлении и постоянном объёме, i - число степеней свободы молекулы идеального газа.

Причём:

 $i = 3$ для одноатомных газов (О Н Не и т.д.) $i = 5$ для двухатомных газов (O₂ H₂ CO и т.д.) $i = 6$ для трёх и более атомных газов (CO₂ H₂O и т.д.)**Политропный процесс**(процесс, протекающий при постоянной теплоёмкости, т.е. $C = const$)При политропном процессе идеальный газ подчиняется **уравнению политропы**:

$$\begin{cases} pV^n = const \\ TV^{n-1} = const. \\ T p^{-\frac{n-1}{n}} = const \end{cases} \quad (5.21)$$

где $n = \frac{C - C_p}{C - C_v}$ - показатель политропы, C - теплоёмкость газа при политропном процессе.

Все перечисленные выше изопроцессы являются частными случаями политропного процесса:

- для изотермического процесса $C = \infty$,
- для изохорического процесса $C = C_v$,
- для изобарического процесса $C = C_p$,
- для адиабатного процесса $C = 0$.

§ 5.6 Уравнение состояния смеси идеальных газовСогласно основному уравнению молекулярно-кинетической теории газов (5.6), давление определяется числом частиц N , находящихся в объёме газа V , независимо от их массы. Поэтому выражение (5.6) можно использовать и для описания смеси газов, если под N понимать сумму числа частиц всех компонент газовой смеси, занимающей объём V :

$$N = N_1 + N_2 + \dots + N_i, \quad (5.22)$$

где i — количество компонент газовой смеси.

Подставляя выражение (5.22) в (5.7), а затем в (5.16), получим

$$p = \frac{N_1}{V} kT + \frac{N_2}{V} kT + \dots + \frac{N_i}{V} kT = p_1 + p_2 + \dots + p_i, \quad (5.23)$$

Из уравнения (5.23) видно, что давление смеси газов можно представить как сумму давлений, создаваемых каждым газом независимо. Эти давления называются **парциальными давлениями**.

Каждое парциальное давление подчиняется соотношению (5.15), поэтому давление смеси можно рассчитать по формуле

$$pV = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} + \dots + \frac{m_i}{\mu_i} \right) RT, \quad (5.24)$$

в которой m_1, m_2, \dots, m_i - массы компонент газовой смеси, занимающей объём V , а $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_i$ - их молярные массы.

Удобно привести уравнение (5.24) к виду обычного уравнения состояния (5.15). Для этого вводится понятие средней молярной массы смеси μ_{cp} , определяемое из соотношения

$$\frac{m}{\mu_{cp}} = \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} + \dots + \frac{m_i}{\mu_i} \quad (5.25)$$

где $m = m_1 + m_2 + \dots + m_i$ - масса всей газовой смеси. Окончательно уравнение состояния смеси идеальных газов приобретает следующий вид:

$$pV = \frac{m}{\mu_{cp}} RT, \quad (5.26)$$

§ 5.7 Реальные газы

Наблюдения показывают, что при небольших плотностях и не слишком низких температурах поведение реальных газов хорошо описывается в модели идеального газа. Однако при больших степенях сжатия и при низких температурах становятся заметными отклонения в их поведении от уравнения Менделеева - Клапейрона. Причины такого отклонения достаточно банальны. Они связаны, прежде всего с тем, что молекулы газа имеют конечный объём, тогда как в модели идеального газа они считаются материальными точками. Кроме того, между отдельными молекулами существуют силы взаимодействия, то есть у молекул кроме кинетической энергии их хаотического движения существует и потенциальная энергия их взаимодействия. Голландский ученый Ван-дер-Ваальс первый сумел придумать новую модель, которая учитывала бы оба этих фактора. Он предположил, что между молекулами действуют силы притяжения, которые по своей природе являются электрическими.

Газом Ван-дер-Ваальса называется такая модель реального газа, в котором молекулы рассматриваются как абсолютно твёрдые шарики, движущиеся хаотически, между которыми действуют силы межмолекулярного взаимодействия.

Каждую молекулу он рассматривал как твердый шар некоторого диаметра d . В этом случае ясно, что молекулы не могут подойти друг к другу ближе этого расстояния. Поэтому вместо объема газа V , входящего в уравнение Менделеева - Клапейрона, необходимо использовать новую величину $(V - b)$, где b рассматривается как некоторая поправка на истинный объём, доступный молекулам газа. Далее он учёл, что молекулы могут взаимодействовать не только друг с другом, но и с окружающими их стенками сосуда. Если силы взаимодействия между молекулами вдали от стенки в среднем компенсируют друг друга, то вблизи стенки (при условии, что молекула находится к стенке ближе, чем на некий эффективный радиус межмолекулярного взаимодействия, то есть на расстоянии, где заметно проявляются силы взаимного притяжения) на выделенную молекулу действует некоторая равнодействующая сила, направленная от стенки вовнутрь объёма газа и стремящаяся уменьшить кинетическую энергию молекулы при её ударе о стенку. Величина этой силы пропорциональна количеству молекул в сфере эффективного взаимодействия, то есть концентрации молекул в сосуде n . Поэтому можно утверждать, что величина работы этой силы притяжения пропорциональна концентрации молекул $A_{np} = a_1 n$ и кинетическая энергия молекул при их подлете к стенке уменьшается на величину A_{np} . Уменьшив среднюю кинетическую энергию молекул на A_{np} в основном уравнении кинетической теории газов, получим новое выражение для величины давления газа на стенку сосуда:

$$p = \frac{2}{3}n \left(\left\langle \frac{m_0 \cdot v^2}{2} \right\rangle - A_{np} \right) = \frac{2}{3}n \left\langle \frac{m_0 \cdot v^2}{2} \right\rangle - \frac{2}{3}a_1 n^2. \quad (5.27)$$

Учитывая, что $\left\langle \frac{m_0 \cdot v^2}{2} \right\rangle = \frac{3}{2}kT$ и обозначая $\frac{2}{3}a_1 n^2 = p_i$, получаем:

$$p + p_i = nkT. \quad (5.28)$$

Умножив обе части (5.28) на молярный объем газа $V_0 = \frac{V}{\nu}$ и вспомнив, что $n \cdot V_0 = N_A$, где N_A - число Авогадро, а $k \cdot N_A = R$, где R - универсальная газовая постоянная, нетрудно придти к такому выражению:

$$(p + p_i)V_0 = RT. \quad (5.29)$$

Величину p_i можно выразить через V_0 , так как концентрация молекул $n = \frac{N_A}{V_0}$. Тогда $p_i = \frac{a}{V_0^2}$,

где a - некий новый коэффициент пропорциональности, зависящий от природы молекул и количества газа. Подставляя выражение для p_i в (5.29) и учитывая поправку на конечный объем молекул (объем V_0 необходимо заменить новой величиной $(V_0 - b)$), приходим к новому уравнению состояния, описывающего свойства реальных газов:

$$\left(p + \frac{a}{V_0^2} \right) (V_0 - b) = RT. \quad (5.30)$$

Равенства (5.30) называется **уравнением Ван-дер-Ваальса** для одного моль газа.

В общем случае, для произвольного количества газа уравнение Ван-дер-Ваальса имеет вид:

$$\left(p + \nu^2 \frac{a}{V^2} \right) V - \nu b = \nu RT \quad (5.31)$$

Основное отличие реального газа от идеального состоит в том, что идеальный газ нельзя перевести в жидкое состояние ни при каких условиях (так как между молекулами идеального газа нет сил межмолекулярного притяжения, поэтому он не может сконденсироваться), а реальный газ при определённых условиях можно перевести в жидкое состояние.

При рассмотрении реальных газов часто пользуются понятием пара.

Паром называется такое состояние реального газа, при котором его можно перевести в жидкое состояние простым сжатием без изменения температуры (реальный газ является паром, если его температура меньше критической $T_{кр}$ (смотри ниже)).

Если температура реального газа выше критической, то он ведет себя как идеальный газ, подчиняется уравнению Менделеева – Клапейрона и не может быть переведён в жидкое состояние.

5.7.1 Изотермы реального газа

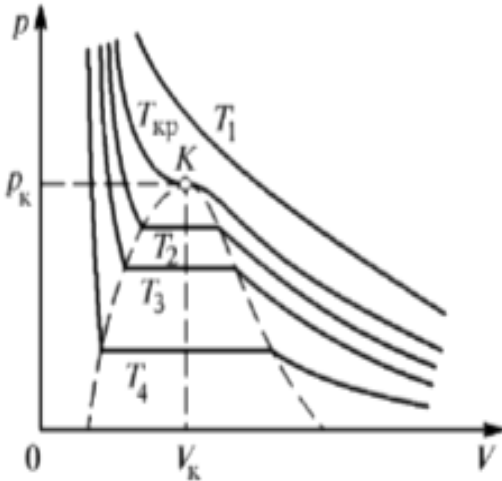


Рис.5.11

На рисунке рис 5.11 представлены изотермы реального газа при различных температурах

$$(T_4 < T_3 < T_2 < T_{кр} < T_1)$$

Из анализа этих графиков следует (см. рис. 5.12), что:

1. При $T < T_{кр}$ (так называемой, **критической температуре** $T_{кр}$) на каждой изотерме имеется горизонтальный участок 3 - 5, вдоль которого давление p и температура T пара постоянны, хотя объём изменяется.

2. На изотерме $T = T_{кр}$ (её называют **критической изотермой**) точки 3 и 5 сливаются в одну точку K (её называют **критической точкой**, а соответствующие ей значения $T_{кр}$, $p_{кр}$ и $V_{кр}$

называют **критическими**). В критической точке K исчезает различие между жидкостью и паром.

3. Любую изотерму при $T < T_{кр}$ можно разбить на три участка : 1 – 3, 3 – 5 и 5 – 6.

- на участке 1 – 3 давление монотонно возрастает с уменьшением объёма (на этом участке наблюдается газообразное состояние вещества, которое называется **сухим паром**),

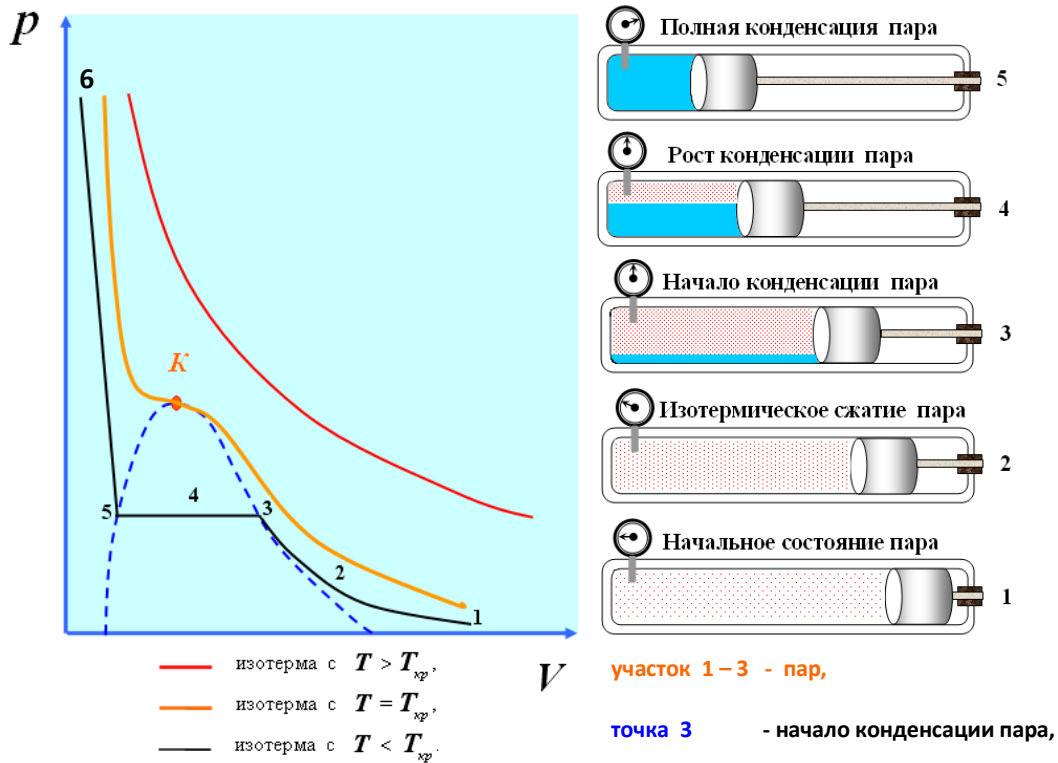


Рис. 5.12

- на участке 3 – 5 давление не изменяется, хотя объём уменьшается (на этом участке при сжатии газа происходит конденсация пара, то есть одновременно наблюдается и газообразное и жидкое состояние вещества, причём объём жидкости по мере приближения к точке 5 увеличивается). Такую смесь называют **влажным паром**.

- на участке 5 – 6 с уменьшением объёма давление резко возрастает (на этом участке вещество находится полностью в жидком состоянии. Малая сжимаемость жидкости объясняет почти вертикальный характер кривой 5 – 6)

При увеличении температуры жидкости увеличивается давление насыщенного пара и одновременно растёт его плотность. Плотность жидкости, находящейся в равновесии со своим паром, уменьшается вследствие расширения жидкости при нагревании.

Критическая температура – это температура, при которой плотности жидкости и пара сравниваются и исчезают различия в физических свойствах между жидкостью и её насыщенным паром (см. рис. 5.13).

При критической температуре плотность и давление насыщенного пара становятся максимальными, а плотность жидкости, находящейся в равновесии с паром – минимальной.

Особое значение критической температуры состоит в том, что при температуре выше критической ни при каких давлениях реальный газ нельзя превратить в жидкость.



Рис.5.13

§ 5.8 Основные понятия термодинамики

5.8.1 Внутренняя энергия

Внутренней энергией термодинамической системы называется сумма кинетических энергий теплового движения всех частиц системы относительно её центра масс и их потенциальных энергий межмолекулярного взаимодействия между собой.

В термодинамике рассматриваются тела, положение центра масс которых практически не меняется. Механическая энергия таких тел остается постоянной, а изменяться может лишь внутренняя энергия.

5.8.2 Способы изменения внутренней энергии тела

Внутренняя энергия системы может изменяться двумя способами: теплопередачей и совершением системой работы.

Теплопередачей называется процесс передачи энергии от одного тела к другому без совершения над телом работы.

Количеством теплоты называется энергия, переданная телу в результате теплопередачи.

Существует три вида теплопередачи: теплопроводность, конвекция, тепловое излучение.



Рис.5.14

Теплопроводностью называется процесс передачи теплоты от более нагретых участков тела менее нагретым в результате теплового движения молекул.

Следует помнить, что при теплопроводности не происходит переноса вещества.

Теплопроводность у разных веществ различна.

Самой низкой теплопроводностью обладает вакуум, так как в вакууме нет молекул вещества и теплопередача может происходить лишь в результате теплового излучения. Хорошей теплопроводностью обладают металлы, поэтому ручки сковородок покрывают обычно

теплоизоляторами (деревом, пластмассой и т.п.)

Конвекцией называется процесс переноса теплоты в жидкостях и газах потоками вещества, в основном в поле тяжести Земли, из-за различия в их плотностях (более плотные холодные части жидкости опускаются, вытесняя более лёгкие горячие части жидкости).

Тепловое излучение – это электромагнитное излучение, обусловленное тепловым движением атомов или молекул вещества, и происходящее за счёт уменьшения внутренней энергии тела.

Наблюдения показывают, что теплота самопроизвольно всегда передаётся от горячего тела к холодному и никогда наоборот.

Наиболее просто можно рассчитать внутреннюю энергию идеального газа, состоящего из частиц, состояние которых не изменяется в процессах передачи тепла, например, из одноатомных молекул. В этом случае тепловое движение может быть сведено к поступательному движению частиц, а внутренняя энергия газа складывается из кинетических энергий его частиц. Среднее значение кинетической энергии поступательного теплового движения одной частицы дается формулой (5.5), а внутреннюю энергию идеального газа получим, умножив это значение на число частиц. После преобразований получаем

$$U = \frac{3}{2} \nu RT, \quad (5.32)$$

где ν — количество вещества газа.

Из (5.32) следует, что внутренняя энергия идеального газа прямо пропорциональна его абсолютной температуре и количеству вещества (или массе) газа.

При решении задач бывает полезной модификация этой формулы с помощью уравнения состояния идеального газа:

$$U = \frac{3}{2} pV. \quad (5.33)$$

Особенность внутренней энергии термодинамической системы:

- внутренняя энергия системы является функцией состояния, то есть её величина не зависит от способа, которым термодинамическая система оказалась в данном состоянии.
- при любых процессах в изолированной термодинамической системе внутренняя энергия системы остается неизменной, то есть

$$\Delta U = 0.$$

5.8.3 Работа газа

В случае теплоизолированной системы, когда обмен тепловой энергией с окружающей средой не происходит, работа газа осуществляется только за счёт изменения его внутренней энергии. Причина этого состоит в следующем: при упругих соударениях молекул газа с движущимся поршнем изменяется их кинетическая энергия. Поршень передает молекулам часть своей механической энергии, в результате чего температура газа или увеличивается или уменьшается.

При сжатии или расширении газа меняется и средняя потенциальная энергия межмолекулярного взаимодействия молекул, так как меняется среднее расстояние между ними. Если над телом совершают работу, то его внутренняя энергия увеличивается. Если тело само совершает работу, то его внутренняя энергия уменьшается.

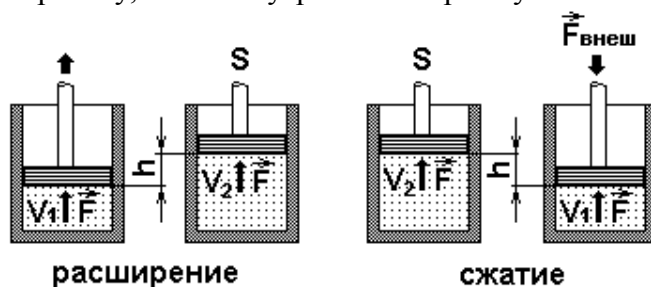


Рис. 5.15

Элементарную работу газа можно определить по формуле:

$$\delta A = p dV, \quad (5.34)$$

где δA - элементарная работа газа, Дж,

p - давление газа, Па,

dV - элементарное изменение объема, м³,

Работу газа при произвольном процессе можно определить по формуле:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV. \quad (5.35)$$

Из (5.35) следует, что при расширении $\Delta V > 0$ газ совершает положительную работу, при сжатии $\Delta V < 0$ работа, совершаемая газом, отрицательная.

Если трением в системе можно пренебречь (то есть оно очень мало), то работа, совершаемая внешними телами над газом, отличается от работы газа только знаком $A_{\text{внешних}} = -A_{\text{газа}}$, так как сила F , действующая на газ, противоположна силе \vec{F}' , с которой газ действует на поршень, и равна ей по модулю (третий закон Ньютона), а перемещение остается тем же самым.

Геометрический смысл работы газа

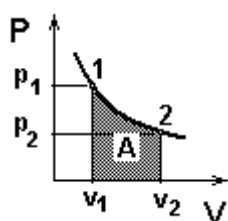


Рис. 5.16

Работа, совершаемая газом в процессе его расширения или сжатия при любом термодинамическом процессе, численно равна площади под кривой, графика зависимости давления газа p от его объема V (см. рис. 5.16).

Работа газа A зависит от процесса, при котором газ переходит из одного состояния в другое.

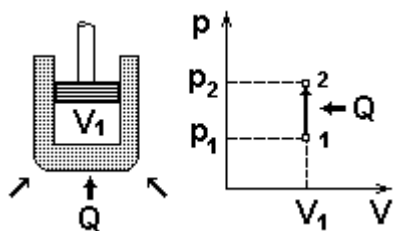


Рис. 5.17

- При **изохорном** процессе (при постоянном объеме) $\Delta V = 0$, поэтому работа газа равна нулю.

$$A = 0 \quad (5.36)$$

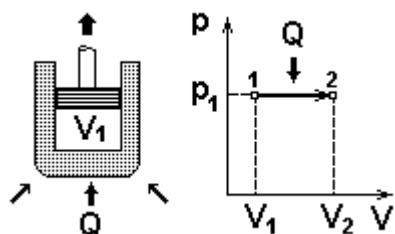


Рис. 5.18

- В **изобарном** процессе (при постоянном давлении) работа идеального газа, вычисляется по формуле

$$A = p V_2 - V_1 = p \Delta V \quad (5.37)$$

где V_2 и V_1 — соответственно конечное и начальное значения объема газа.

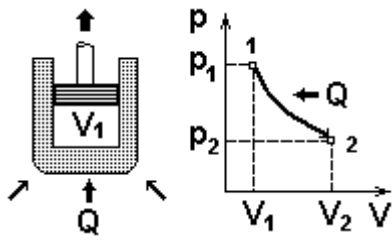
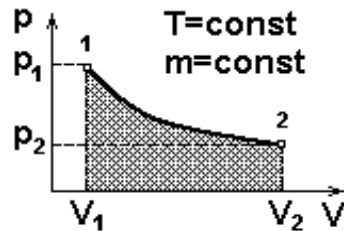


Рис. 5.19

- при **изотермическом** процессе (при постоянной температуре) работа идеального газа равна:

$$\begin{cases} A = \frac{m}{\mu} RT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} \\ A = \frac{m}{\mu} RT \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} \end{cases} \quad (5.38)$$

Расчет величины работы газа в произвольных процессах производится посредством ее выражения из первого закона термодинамики (5.38) либо по формуле (5.35).



Работа совершаемая газом при изотермическом расширении

Рис. 5.20

§ 5.9 Основные законы термодинамики

Самопроизвольным называется процесс, происходящий без воздействия внешних сил.

Обратимым называется процесс, при котором возвращение системы в первоначальное состояние не сопровождается какими-либо изменениями в окружающей среде.

В качестве примеров обратимых процессов можно привести незатухающие колебания маятника в вакууме или абсолютно упругий удар, то есть процессы, протекающие без тепловых потерь и при отсутствии сил трения и сопротивления среды. Так как в чистом виде таких процессов в природе не бывает, следовательно, обратимый процесс – это идеализация реального процесса.

Если система совершает обратимый процесс, то на диаграмме состояния он происходит по одной и той же прямой, в результате чего система возвращается в первоначальное состояние и в ней никаких изменений не происходит.

Необратимым называется процесс, при котором возвращение системы в первоначальное состояние сопровождается какими-либо изменениями в окружающей среде.

Необратимые процессы в обратную сторону самопроизвольно не происходят (например, процессы теплообмена). Строго говоря, все реальные процессы являются необратимыми.

5.9.1 Три начала термодинамики

Термодинамика рассматривает закономерности процессов передачи тепловой энергии от одного тела к другому. Законы термодинамики (с точки зрения молекулярно-кинетической теории вещества) основаны на законах механики и математической статистики. Они гласят:

1. тепловая энергия, переданная телу, расходуется на изменение тепловой энергии тела (так называемой **внутренней энергии** тела) и на работу, совершаемую силами давления тела на внешние тела при изменении объема тела,
2. тепловая энергия может самопроизвольно передаваться только от тел с более высокой температурой к телам с более низкой температурой.

Первое начало термодинамики

(представляет собой закон сохранения и превращения энергии при тепловых процессах)

Первое начало термодинамики:

Количество теплоты, переданное термодинамической системе, идёт на изменение её внутренней энергии и на совершение системой работы над внешними телами.

$$Q = \Delta U + A \quad (5.38)$$

Второе начало термодинамики

(определяет направление протекания всех реальных термодинамических процессов)

Первый закон термодинамики не определяет направление тепловых процессов.

Часто процессы, допустимые с точки зрения закона сохранения энергии, не реализуются в действительности. Этот закон был установлен путем непосредственного обобщения опытных фактов и имеет несколько эквивалентных формулировок:

Второе начало термодинамики:

в циклически действующем тепловом двигателе невозможно полностью преобразовать все количество теплоты, полученное от нагревателя, в механическую работу.

В этой формулировке отражён тот опытный факт, что невозможно создать тепловую машину, состоящую только из нагревателя и рабочего тела. Для того, чтобы тепловая машина могла совершать непрерывно положительную работу, обязательно должен быть холодильник.

Используя понятие энтропии, второе начало термодинамики можно сформулировать как **закон возрастания энтропии:**

Энтропия замкнутой термодинамической системы при любых процессах остаётся неизменной в случае обратимых процессов, либо возрастает в случае необратимых процессов, то есть

$$\Delta S \geq 0 \quad (5.38)$$

В этой формулировке второй закон термодинамики указывает направление любых самопроизвольно протекающих процессов в термодинамически изолированных системах, то есть в этом случае никогда самопроизвольно не будут протекать процессы, в которых энтропия системы уменьшается, даже если эти процессы не запрещаются законом сохранения энергии.

Второй закон термодинамики отражает также необратимость тепловых процессов в природе. Например, для сжатия газа, которое не может происходить самопроизвольно, требуется внешняя сила и охлаждение газа.

Третье начало термодинамики

(говорит о поведении энтропии системы вблизи абсолютного нуля температур)

Первые два начала термодинамики ничего не говорят о том, как будет вести себя энтропия термодинамической системы при стремлении её температуры к абсолютному нулю.

Об этом говорит **третье начало термодинамики (теорема Нернста):**

энтропия всех тел в состоянии термодинамического равновесия стремится к нулю при приближении их температуры к абсолютному нулю, то есть

$$\lim_{T \rightarrow 0} S \rightarrow 0. \quad (5.38)$$

Анализ этого закона говорит о том, что при $T = 0\text{K}$ теплоёмкость любого тела становится равной нулю, а отсюда следует, что можно сколь угодно близко приближать температуру тела к абсолютному нулю, однако достичь температуры абсолютного нуля невозможно.

§ 5.10 Фазовые переходы вещества

Наблюдения показывают, что если телу передавать некоторое количество теплоты, то тело будет нагреваться. При этом нагревании может наблюдаться изменение агрегатного состояния вещества. Легче всего эти процессы наблюдать на примере нагревания льда (см. рис 5.21).

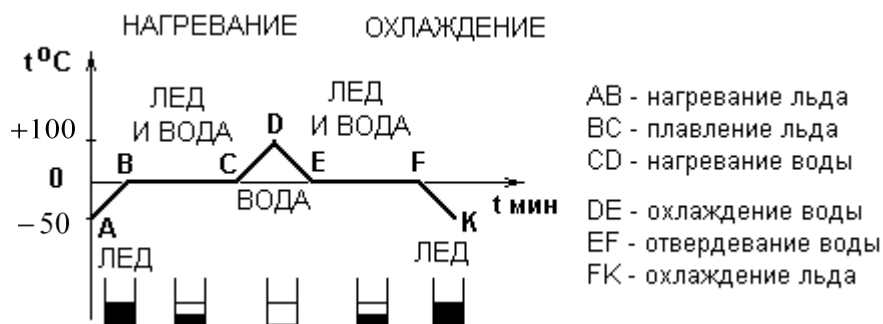


Рис. 5.21

При нагревании льда он сначала увеличивает свою температуру, оставаясь всё время в твёрдом состоянии (рис. 5.21 участок АВ). При достижении температуры $t = 0^\circ\text{C}$ при нормальном давлении, лёд начинает таять, то есть переходить в жидкое состояние (рис. 5.21 участок ВС). Наблюдения показывают, что до тех пор, пока весь лёд не растает, температура смеси лёд-вода остаётся неизменной и равной 0°C . Когда весь лёд растает, вода начинает нагреваться до температуры $t = 100^\circ\text{C}$ (рис. 5.21 участок CD). Если продолжать её нагревание, то при этой температуре начнётся кипение воды, при этом она будет переходить в газообразное состояние (водяной пар) и пока вся вода не испарится, её температура остаётся неизменной и равной $t = 100^\circ\text{C}$. При дальнейшем нагревании пара его температура будет увеличиваться. Если теперь начать забирать теплоту у пара, то будут наблюдаться обратные процессы: остывание пара до температуры $t = 100^\circ\text{C}$, после чего начнётся конденсация пара и превращение его в воду. Пока весь пар не сконденсируется, температура смеси пар-вода будет оставаться неизменной и равной $t = 100^\circ\text{C}$. После полной конденсации пара температура воды начнёт уменьшаться до температуры начала кристаллизации льда $t = 0^\circ\text{C}$ (рис. 5.21 участок DE). Затем будет наблюдаться превращение воды в лёд при неизменной температуре равной $t = 0^\circ\text{C}$ (рис. 5.21 участок EF), а после полной кристаллизации воды, температура льда начнёт снова уменьшаться (рис. 5.21 участок FK).

5.10.1 Процесс нагревания (охлаждения)

Нагреванием называется процесс, при котором температура тела увеличивается.

Охлаждением называется процесс, при котором температура тела уменьшается.

При нагревании тело поглощает тепловую энергию, при охлаждении, наоборот, выделяет тепловую энергию в окружающую среду.

Обозначим тепловую энергию Q , разность температур (между более высокой и более низкой температурами тела) ΔT . Заметим, что разность абсолютных температур равна разности температур по шкале Цельсия.

Количество тепла, переданное телу от внешнего источника (или отобранное у тела при его охлаждении), определяется соотношением

$$Q = C\Delta T, \quad (5.26)$$

где C называется **теплоемкостью тела**, $C = \frac{Дж}{кг}$.

$$Q = mc(t_2 - t_1) = mc\Delta t$$



Q — количество теплоты, идущей на нагревание тела или выделяющейся при охлаждении
 c — удельная теплоемкость вещества
 $t_2 - t_1$ — разность температур
 m — масса тела

Дж

$$\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

кг

Если тело изготовлено из однородного материала, то $C = cm$, где c называется **удельной**

теплоёмкостью вещества $c = \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$,

m — масса вещества, кг

и соотношение (5.26) приобретает вид

$$Q = cm\Delta T. \quad (5.27)$$

Рис. 5.22

5.10.2 Процесс плавления (кристаллизации)

Плавлением называется процесс перехода тела из твёрдого состояния в жидкое.

Кристаллизацией называется процесс перехода тела из жидкого состояния в твёрдое.

Температура, при которой происходят эти процессы, называется температурой **плавления** или температурой **кристаллизации**, в зависимости от процесса, который наблюдается. Опыт показывает, что при одних и тех же внешних условиях плавление и кристаллизация происходят при одной и той же температуре. Эти процессы объясняются следующим образом: при повышении температуры твёрдого тела возрастает кинетическая энергия теплового движения его молекул и амплитуда их колебаний. В результате можно достичь такого значения температуры, при котором средняя кинетическая энергия теплового движения частиц тела сравняется по величине со средней потенциальной энергией их взаимодействия. В этом случае начнёт разрушаться упорядоченность структуры твёрдого тела (его **кристаллическая решетка**), и твёрдое тело будет превращаться в жидкость (процесс **плавления**). Подводимое количество тепла идет на разрушение кристаллической решетки, т.е. на увеличение потенциальной энергии молекул. Средняя кинетическая энергия молекул при плавлении не изменяется.

И наоборот, при понижении температуры жидкости может наступить процесс образования твёрдого тела - **кристаллизация**.

При отвердевании средняя кинетическая энергия и скорость молекул в охлажденном расплавленном веществе уменьшаются. Силы притяжения могут удерживать медленно движущиеся молекулы друг относительно друга. Вследствие этого расположение частиц становится упорядоченным – образуется кристалл. Выделяющаяся при кристаллизации энергия расходуется на поддержание постоянной температуры (участок EF на рис.5.21). Внутренняя энергия вещества при этом уменьшается. Таким образом, при температуре плавления внутренняя энергия вещества в жидком состоянии больше внутренней энергии такой же массы вещества в твердом состоянии.

При кристаллизации жидкости происходит резкий, скачкообразный переход от неупорядоченного расположения частиц к упорядоченному. В течение всего времени плавления и отвердевания температура тела не меняется. Лишь после полного плавления льда или полного превращения воды в лёд температура начинает меняться.

Отметим, что существуют вещества, которые переходят из твёрдого состояния в жидкое постепенно. Так, например, смола или воск переходят при нагревании в жидкое состояние постепенно размягчаясь. Такие тела относятся к **аморфным** веществам, а твёрдые тела, которые плавятся при строго определённой температуре, относятся к **кристаллическим** веществам.

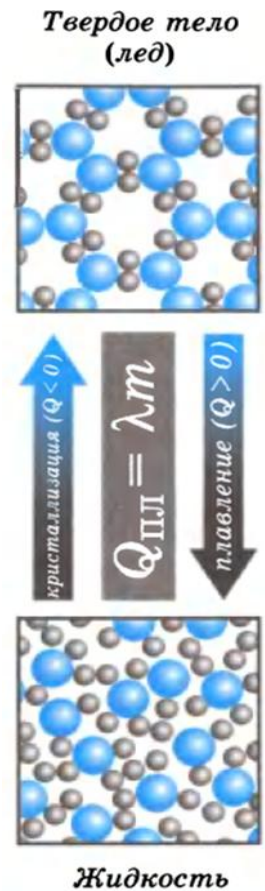


Рис. 5.23

Кристаллизация облегчается, если в жидкости присутствуют какие-либо частички, например пылинки. Они становятся *центрами кристаллизации*.

Для кристаллических тел количество тепла, необходимое для плавления (или выделяющееся при кристаллизации) $Q_{пл}$, определяется массой вещества m , переведенного из одного состояния в другое, согласно соотношению

$$Q_{пл} = \lambda m \quad (5.28)$$

где m - масса вещества, состояние которого изменилось, кг.

λ - удельная теплота плавления вещества, $\lambda = \frac{Дж}{кг}$;

Удельной теплотой плавления λ называется физическая величина, показывающая, какое количество теплоты необходимо для превращения 1 кг твёрдого вещества в жидкое при температуре плавления.

Разные тела одной и той же массы требуют разное количество теплоты для превращения их из твёрдого состояния в жидкое.

Кристаллизуясь, жидкость отдаёт такое же количество теплоты, которое пошло на её превращение из твёрдого состояния в жидкое:

$$Q_{крис} = \lambda m$$

5.10.3 Процесс испарения (кипения) жидкости или конденсации пара

Испарением называется процесс перехода вещества из жидкого состояния в газообразное.

Кипением называется процесс интенсивного перехода вещества из жидкого состояния в газообразное, которое происходит по всему объёму кипящего вещества.

Процесс испарения происходит с поверхности жидкости и наблюдается при любых температурах. Чем температура выше, тем испарение интенсивнее.

Кипение происходит при определённой температуре, называемой **температурой кипения**, которая зависит от внешнего давления. Чем больше давление, тем выше температура кипения.

Обратный процесс превращения пара в жидкость называется **конденсацией**.

Количество тепла, необходимое для испарения при постоянной температуре (или выделяющееся при конденсации), определяется массой вещества, переведенного из одного состояния в другое согласно соотношению

$$Q_{исп} = r m, \quad (5.29)$$

где m - масса вещества, состояние которого изменилось, кг,

r - **удельная теплота парообразования вещества**, $r = \frac{Дж}{кг}$;

Удельной теплотой парообразования называется физическая величина, показывающая, какое количество теплоты необходимо для превращения 1 кг жидкости в пар при температуре кипения данной жидкости.

Разные жидкости одной и той же массы требуют разное количество теплоты для превращения её в пар при температуре кипения.

Конденсируясь, пар отдаёт такое же количество энергии, которое пошло на его образование:

$$Q_{кond} = r m \quad (5.29 \text{ а})$$

При температуре кипения внутренняя энергия вещества в парообразном состоянии больше внутренней энергии такой же массы вещества в жидком состоянии.

5.10.4 Процесс сгорания топлива

Это один из основных способов получения тепловой энергии при достаточно высокой температуре. Количество тепла, выделяющееся при сгорании топлива, определяется соотношением

$$Q = q m, \quad (5.30)$$

в котором q называется **удельной теплотой сгорания топлива**, а m — масса сгоревшего топлива.

5.10.5 Уравнение теплового баланса

В теплоизолированной системе при различных тепловых процессах выполняется закон сохранения и превращения энергии, следствием которого является **уравнение теплового баланса** :

в теплоизолированной системе количество теплоты, полученное телами при нагревании, равно количеству теплоты, отданное телами при охлаждении:

$$\sum Q_i \text{ отданное} = \sum Q_k \text{ полученное} \quad (5.38)$$

§ 5.11 Термодинамика идеального газа

При нагревании (охлаждении) газа изменение его температуры зависит не только от количества тепла, переданной газу, но и от работы, совершаемой газом при его расширении или сжатии. Так как газ занимает весь объем сосуда (например, цилиндра под поршнем), мы можем в процессе его нагревания (охлаждения) изменять объем произвольно (например, перемещая поршень). Следовательно, необходимо обязательно учитывать первый закон термодинамики. Его математическое выражение имеет следующий вид:

$$Q = U_2 - U_1 + A = \Delta U + A, \quad (5.31)$$

где Q — количество тепла при нагревании ($Q > 0$) или при охлаждении ($Q < 0$) газа; U_1 и U_2 — соответственно начальная и конечная внутренняя энергия газа;

A — работа, совершаемая газом при увеличении его объема ($A > 0$). При сжатии газа (уменьшении объема) $A < 0$. Для краткости разность между конечным и начальным значениями внутренней энергии будем называть изменением внутренней энергии газа и обозначать ΔU .

5.11.1 Термодинамика различных изопроцессов

Изохорический процесс

(процесс, протекающий при постоянном объеме, т.е. $V = const$)

Такой процесс осуществляется при нагревании или охлаждении газа в сосуде постоянного объема.

При изохорном процессе объем газа не меняется ($V = const$) и поэтому работа газа равна нулю. Из первого начала термодинамики следует, что изменение внутренней энергии газа равно количеству переданной ему теплоты: $\Delta U = Q$. Если газ нагревается, то $Q > 0$ и $\Delta U > 0$, его внутренняя энергия увеличивается. При охлаждении газа $Q < 0$ и $\Delta U < 0$, изменение внутренней энергии отрицательно и внутренняя энергия газа уменьшается.

Изотермический процесс

(процесс, протекающий при постоянной температуре, т.е. $T = const$)

Такой процесс осуществляется при очень медленном сжатии или расширении газа, когда успевает происходить теплообмен газа с окружающей его средой, не изменяющей её температуру. На практике такой процесс осуществить довольно трудно, так как он протекает очень медленно.

При изотермическом процессе ($T = const$) внутренняя энергия идеального газа не меняется. Из первого начала термодинамики следует, что всё переданное газу количество теплоты идет на совершение газом работы:

$$Q = A. \quad (5.38)$$

Если газ получает теплоту $Q > 0$, то он совершает положительную работу ($A > 0$). Если напротив газ отдает теплоту окружающей среде, то $Q < 0$ и $A < 0$. Работа же внешних сил над газом в последнем случае положительна.

При изотермическом процессе количество теплоты, переданное газу от нагревателя, полностью расходуется на совершение работы.

Изобарический процесс

(процесс, протекающий при постоянной температуре, т.е. $p = \text{const}$)

Такой процесс осуществляется при нагревании или охлаждении газа, находящегося в цилиндре с легкоподвижным поршнем, на который действует постоянное внешнее давление.

При изобарном процессе согласно первому началу термодинамики $Q = \Delta U + A$, то есть передаваемое газу количество теплоты идет на изменение его внутренней энергии и на совершение газом работы над внешними телами.

При изобарном расширении газа подведенное к нему количество теплоты расходуется на увеличение его внутренней энергии ($\Delta U > 0$) и на совершение работы газом ($A > 0$)

$$Q = \Delta U + A \quad (5.38)$$

То есть для изобарного расширения газа от V_1 до V_2 , при котором увеличивается его температура, требуется большее количество теплоты, чем при изотермическом процессе, где температура газа не изменяется

Адиабатный процесс

(процесс, протекающий без теплообмена с окружающей средой, т.е. $\Delta Q = 0$)

Такой процесс осуществляется при быстром сжатии или расширении газа, когда не успевает произойти теплообмен с окружающей средой.

При адиабатном процессе тепло к системе не подводится, то есть $Q = 0$ и согласно первому началу термодинамики $\Delta U = A + Q$, изменение внутренней энергии происходит только за счет совершения газом работы: $\Delta U = A$. Согласно этому уравнению при совершении над системой положительной работы, например при сжатии газа, внутренняя энергия его увеличивается, что означает повышение температуры газа. И, наоборот, при расширении газа сам газ совершает положительную работу ($A > 0$) и его внутренняя энергия уменьшается - газ охлаждается.

Адиабатный процесс происходит в теплоизолированной системе, то есть $\Delta Q = 0$.

Следовательно, изменение внутренней энергии при адиабатном процессе происходит только за счет совершения работы ($\Delta Q = 0$):

$$\Delta U = A \quad (5.38)$$

Реальные процессы близки к адиабатному, если протекают достаточно быстро, чтобы не успевал происходить теплообмен с окружающей средой.

Так как работа внешних сил при сжатии положительна, внутренняя энергия газа при адиабатном сжатии увеличивается, а его температура повышается. (Пример: дизель)

При адиабатном расширении газ совершает работу за счет уменьшения своей внутренней энергии, поэтому температура газа при адиабатном расширении понижается. (Пример: сжижение газов при быстром расширении)

§ 5.12 Тепловые двигатели

Тепловым двигателем называется многократно действующее устройство, преобразующие внутреннюю энергию топлива в механическую работу.

Некоторые виды тепловых двигателей:

- паровая машина;
- паровая турбина;
- двигатель внутреннего сгорания;
- реактивный двигатель.

Тепловыми двигателями называются машины, предназначенные для преобразования тепловой энергии в механическую работу.

Холодильными машинами называются машины, предназначенные для передачи тепла от холодных тел к более нагретым телам.

Во всех двигателях энергия топлива сначала переходит в энергию газа или пара. Газ, расширяясь, совершает работу и при этом охлаждается. Часть его внутренней энергии превращается в механическую работу.

Любой тепловой двигатель, независимо от его конструктивных особенностей, состоит из трех основных частей:

- *рабочее тело* (газ или пар), совершающее работу,
- *нагреватель*, передающий тепловую энергию рабочему телу,
- *холодильник*, поглощающий часть энергии от рабочего тела.

5.12.1 Процесс работы теплового двигателя

Для непрерывного совершения механической работы рабочее тело после совершения полезной работы должно быть возвращено в первоначальное состояние.

Замкнутым процессом (или циклом) называется совокупность термодинамических процессов, в результате которых система возвращается в исходное состояние.

Необходимым условием циклического получения механической работы в тепловом двигателе является наличие «нагревателя» и «холодильника».

Обозначим через T_1 начальную температуру рабочего тела двигателя, называемую **температурой нагревателя**. Это температура газа или пара, которые будут совершать работу. Чаще всего повышение температуры газа происходит за счет сгорания топлива внутри самого двигателя.

По мере своего расширения и совершения при этом положительной работы газ теряет энергию и охлаждается до некоторой температуры T_2 . Эта температура не может быть значительно ниже температуры окружающей среды, так как в противном случае давление газа станет ниже атмосферного и двигатель работать не сможет. Обычно температура T_2 несколько больше температуры окружающей среды. Её называют **температурой холодильника**.

Чтобы вернуть газ в исходное состояние, его необходимо охладить и сжать, причём так, чтобы работа при сжатии газа была меньше работы газа при расширении. Таким образом, одна часть тепловой энергии, полученной от нагревателя, превращается в полезную механическую работу, а другая теряется, передаваясь **холодильнику**.

Холодильником может служить окружающая среда или специальное устройство для охлаждения и конденсации отработанного пара – конденсатор. В последнем случае его температура может быть несколько ниже температуры окружающей среды за счет принудительного внешнего охлаждения.

Давление газа при сжатии ниже, чем при расширении, что обеспечивает полезную работу двигателя.

Поскольку газ возвращается в исходное состояние, то применение первого закона термодинамики (5.31) приводит к следующему равенству между полезной работой A , полученной в одном цикле, количеством теплоты Q_1 , переданным нагревателем рабочему телу, и количеством теплоты Q_2 , отданным рабочим телом холодильнику:

$$A = Q_1 - Q_2. \quad (5.35)$$

5.12.2 Термический КПД тепловой машины

Для характеристики экономичности различных двигателей введут понятие *коэффициента полезного действия*.

Коэффициентом полезного действия (КПД) теплового двигателя называется величина, равная отношению полезной работы, совершенной двигателем, к количеству теплоты, полученной от нагревателя:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \quad (5.36)$$

где Q_1 и Q_2 — количество тепла, полученное рабочим телом двигателя от нагревателя и переданное холодильнику, соответственно.

5.12.3 Цикл Карно

В начале XIX века французский инженер Сади Карно исследовал пути повышения КПД тепловых двигателей. Он предложил цикл, имеющий максимально возможный КПД, при данных температурах нагревателя и холодильника.

Цикл Карно состоит из двух изотермических и двух адиабатных процессов.

Выбор именно этих процессов обусловлен тем, что работа газа при изотермическом расширении совершается за счет внутренней энергии нагревателя, а при адиабатном процессе за счет внутренней энергии расширяющегося газа.

Цикл Карно – самый эффективный из всех возможных циклов тепловых двигателей.

Однако на практике такой цикл не осуществляют из-за того, что изотермический процесс протекает очень медленно. Тепловую машину, работающую по циклу Карно называют **идеальной тепловой машиной**.

Её КПД выражается формулой

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad (5.37)$$

где T_1 — температура нагревателя, а T_2 — температура холодильника.

5.12.4 Принцип работы идеальной тепловой машины

Идеальный газ приводят в контакт с нагревателем и предоставляют ему возможность расширяться изотермически, то есть при температуре нагревателя.

Когда расширившийся газ перейдет в состояние 2, его теплоизолируют от нагревателя и дают возможность расширяться адиабатически, при этом газ совершает работу за счет убыли своей внутренней энергии.

Расширяясь адиабатически, газ охлаждается до тех пор, пока его температура не будет равна температуре холодильника (состояние 3).

Теперь газ приводят в контакт с холодильником, в результате чего он изотермически сжимается, отдавая холодильнику количество теплоты Q_x . Газ переходит в состояние 4.

Затем газ теплоизолируют от холодильника и сжимают адиабатически. При этом температура газа увеличивается и достигает температуры нагревателя. В результате такого процесса газ возвращается в первоначальное состояние и процесс повторяется сначала.

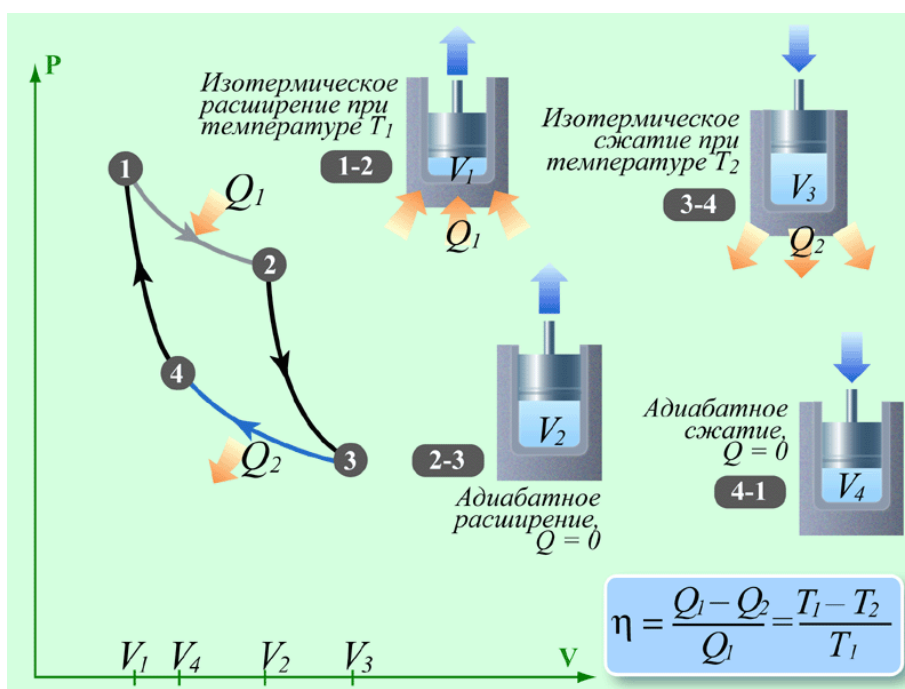


Рис. 5.24

В процессе изотермического расширения 1-2 при температуре T_1 работа совершается за счет изменения внутренней энергии нагревателя, т.е. за счет подводимого к газу количества тепла

$$A_{12} = Q_1$$

Охлаждение газа перед сжатием происходит при адиабатном расширении 2-3. Все изменение внутренней энергии при таком процессе ($Q = 0$) преобразуется в механическую работу

$$A_{23} = -\Delta U_{23}$$

Температура газа в результате адиабатного расширения 2-3 понижается до температуры холодильника $T_2 < T_1$.

В процессе 3-4 газ изотермически сжимается, передавая холодильнику количество теплоты Q_2 .

$$A_{34} = A_{сж} = Q_2$$

Цикл завершается процессом адиабатного сжатия 4-1 ($\Delta Q = 0$), при котором газ нагревается до температуры T_1 .

Любая реальная тепловая машина, работающая с нагревателем, имеющим температуру T_1 , и холодильником с температурой T_2 , не может иметь КПД, превышающий КПД идеальной тепловой машины.

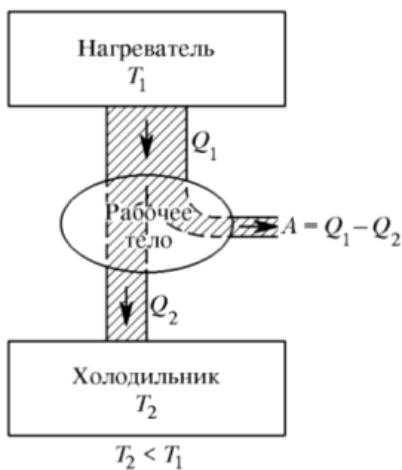
Для повышения КПД теплового двигателя следует понижать температуру холодильника и увеличивать температуру нагревателя.

Понижать температуру холодильника искусственно невыгодно, так как это требует дополнительных затрат энергии.

Повышать температуру нагревателя можно тоже до определенного предела, так как различные материалы обладают различной жаропрочностью при высоких температурах.

Однако формула Карно показала, что существуют неиспользованные резервы повышения КПД, так как практический КПД очень сильно отличается от КПД цикла Карно.

Двигатели Дизеля имеют КПД 20-40%, паровые турбины – около 30%.

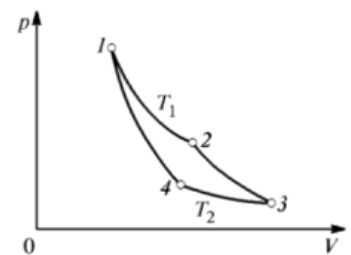


КПД теплового двигателя

$$\eta = \frac{A_{\text{полезная}}}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

КПД идеальной тепловой машины (машины Карно)

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$



Цикл Карно на $p-V$ -диаграмме идеального газа

Рис.5.25

Принципиальная схема работы теплового двигателя

Вопросы для самопроверки

1. Основные положения молекулярно-кинетической теории. Понятие об идеальном газе.
2. Основные уравнения молекулярно-кинетической теории. Степени свободы молекул. Средняя энергия теплового движения молекулы. Абсолютная температура.
3. Уравнение Менделеева - Клапейрона. Изотермический, изобарический, изохорический, адиабатный и политропный процессы. Основное уравнение состояния идеального газа и его запись для различных изопроцессов.
4. Смесь газов. Закон Дальтона для смеси газов.
5. Реальные газы. Уравнение Ван-дер-Ваальса для реального газа и его анализ. Критическое состояние газа. Внутренняя энергия реального газа.
6. Явления переноса в газах: диффузия, теплопроводность и вязкость.
7. Термодинамическая система. Внутренняя энергия системы. Количество теплоты.
8. Первое начало термодинамики и его применение к различным изопроцессам. Работа идеального газа.

§ 5.13 Примеры решения задач

Пример 5.1 Определить массу молекулы воды.

Решение:

Химическая формула воды H_2O . Определяем относительную молекулярную массу молекулы воды. Для этого необходимо сложить две относительные атомные массы водорода и одну относительную атомную массу кислорода:

$2 \times 1 + 16 = 18$ (Значения относительных атомных масс находим по таблице Менделеева, округляя их до первого десятичного знака после запятой). Полученное число является молярной массой воды, выраженной в граммах на один моль.

Она равна $\mu = 18 \frac{г}{\text{моль}} = 18 \cdot 10^{-3} \frac{кг}{\text{моль}}$. Теперь определяем массу одной молекулы воды:

$$m_0 = \frac{\mu}{N_A} = \frac{18 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23}} = 2,99 \cdot 10^{-26} \text{ кг}.$$

Ответ: $m_0 = 2,99 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$.

Пример 5.2 В баллоне вместимостью 25 л находится смесь газов, состоящая из аргона (Ar) массой 20 г и гелия (He) массой 2 г при температуре 301 К. Найти давление смеси газов на стенки сосуда.

Решение:

По таблице Менделеева определяем молярные массы.

Для аргона $\mu_1 = 40 \text{ г/моль} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ кг/моль}$, для гелия $\mu_2 = 4 \text{ г/моль} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$.

Давление смеси газов найдём по закону Дальтона: $p_{\text{смеси}} = p_1 + p_2$. (1)

По закону Менделеева – Клапейрона:

$$p_1 V = \frac{m_1}{\mu_1} RT \quad (2)$$

$$p_2 V = \frac{m_2}{\mu_2} RT \quad (3)$$

Выразив из (2) и (3) парциальные давления газов и подставив их в (1), получим:

$$p_{\text{смеси}} = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right) \frac{RT}{V}.$$

Подставляем исходные данные (в системе СИ!) и выполняем вычисления:

$$p_{\text{смеси}} = \left(\frac{20 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-2}} + \frac{2 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-3}} \right) \frac{8,31 \cdot 301}{25 \cdot 10^{-3}} = 10^5 \text{ Па}$$

Ответ: $p_{\text{смеси}} = 10^5 \text{ Па}$.

Пример 5.3 На сколько изменяется внутренняя энергия гелия массой 200 г при увеличении температуры на 20°C? Молярная масса гелия $\mu = 4 \times 10^{-3}$ кг/моль.

Решение:

Внутреннюю энергию будем вычислять, выразив количество вещества через массу и молярную массу гелия:

$$U = \frac{3}{2} \nu RT = \frac{3}{2} \frac{m}{\mu} RT$$

Откуда

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{3}{2} \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1) = \frac{3m}{2\mu} R\Delta t .$$

В последнем преобразовании разность абсолютных температур заменена разностью температур Δt (°C) по шкале Цельсия, так как они совпадают. Выполняем вычисления:

$$\Delta U = \frac{3 \cdot 200 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 4 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \cdot 20 = 12465 \text{ Дж}$$

Ответ: $\Delta U = 12465$ Дж.

Пример 5.4 Найти плотность азота (N_2) при температуре 27 °C и давлении 0,1 МПа.

Решение:

Находим молярную массу азота. Относительная атомная масса азота по таблице Менделеева равна 14. Молекула азота состоит из двух атомов, поэтому молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль = 28×10^{-3} кг/моль. Плотность - это отношение массы к объему: $\rho = m/V$. Её можно получить из уравнения состояния идеального газа, разделив обе части равенства на объем:

$$p = \frac{m}{V} \frac{RT}{\mu} = \rho \frac{RT}{\mu}$$

Отсюда получаем

$$\rho = \frac{p\mu}{RT} = \frac{0,1 \cdot 10^6 \cdot 28 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot (15 + 273)} = 1,1 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Ответ: $\rho = 1,1 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Пример 5.7 Определить количество вещества в одном литре воды, если её плотность равна 10^3 кг/м³.

Решение:

Узнаем массу воды в объёме одного литра: $m = \rho V$ (ρ - плотность воды, V - объём в кубических метрах). Молярная масса воды $\mu = 18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$. Количество вещества находим по формуле

$$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{\rho V}{\mu} = \frac{10^3 \cdot 10^{-3}}{18 \cdot 10^{-3}} = 55,6 \text{ моль} .$$

Ответ: $\nu = 55,6$ моль.

Пример 5.5 Газ при давлении 0,2 МПа и температуре 15° С имеет объем 5 л. Чему равен объем этой массы газа при нормальных условиях?

Решение:

Нормальными условиями считаются давление $p_0 = 10^5$ Па и абсолютная температура $T_0 = 273$ К. Обозначим p_1 , V_1 , ν и T_1 соответственно давление, объем, количество вещества и абсолютную температуру состояния газа, приведенного в задаче. Для решения задачи применим уравнение состояния идеального газа дважды: при нормальных условиях и для исходного состояния газа. Получаем систему уравнений

$$p_0 V_0 = \nu R T_0,$$

$$p_1 V_1 = \nu R T_1,$$

из которой выведем формулу для расчета V_0 . Проще всего сначала разделить почленно верхнее уравнение системы на нижнее, а затем найти V_0 :

$$\frac{p_0 V_0}{p_1 V_1} = \frac{T_0}{T_1}$$

Отсюда
$$V_0 = V_1 \frac{p_1 T_0}{p_0 T_1} = 5 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{0,2 \cdot 10^6 \cdot 273}{10^5 (15 + 273)} \approx 9,5 \cdot 10^{-3} \text{ (м}^3\text{)}$$

Ответ: $V_0 \approx 9,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$.

Пример 5.6 Определить среднюю квадратичную скорость движения молекул газа, масса которого равна 6 кг, занимающий объем 5 м³, при давлении 200 кПа.

Решение:

Средняя квадратичная скорость теплового движения молекул газа определяется по формуле

$$v_{\text{ср.кв.}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}. \quad (1)$$

Из основного уравнения МКТ $p = nkT$ следует, что

$$kT = \frac{p}{n}. \quad (2)$$

Подставив (2) в (1), получим

$$v_{\text{ср.кв.}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3p}{nm_0}}.$$

Так как по определению концентрация молекул газа равна $n = \frac{N}{V}$, то получаем

$$\sqrt{\frac{3p}{nm_0}} = \sqrt{\frac{3pV}{Nm_0}}.$$

В знаменателе подкоренного выражения находится произведение числа молекул газа на массу одной его молекулы. Оно равно массе всего газа m . Окончательный вид расчетной формулы следующий:

$$v_{\text{ср.кв.}} = \sqrt{\frac{3pV}{Nm_0}} = \sqrt{\frac{3pV}{m}}$$

Выполняем вычисления (значения всех физических величин выражаем в системе СИ!):

$$v_{\text{ср.кв.}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 200 \cdot 10^3 \cdot 5}{6}} = 707 \text{ (м / с)}$$

Ответ: $v_{\text{ср.кв.}} = 707 \text{ м / с}$.

Пример 5.8 Найти объём всасывающей камеры поршневого насоса V_1 , если при откачивании этим насосом воздуха из баллона объёмом $V_0=4$ л давление уменьшается при каждом цикле в 1,2 раза. Температура остается постоянной.

Решение:

Обозначим давление и количество вещества в баллоне в начале очередного процесса всасывания в камеру насоса p_0 и V_0 , а в конце этого же процесса - p_1 и V_1 соответственно. Через T обозначим температуру газа.

Первый способ решения.

Запишем уравнение состояния идеального газа для двух состояний:

- газ в баллоне в начале процесса всасывания;
- газ в баллоне и во всасывающей камере в конце процесса всасывания.

Получим следующую систему уравнений:

$$p_0 V_0 = \nu_0 RT, \quad (1)$$

$$p_1 (V_0 + V_1) = \nu_0 RT. \quad (2)$$

Видно, что левые части равенств (1) и (2) равны между собой:

$$p_1 (V_0 + V_1) = p_0 V_0,$$

отсюда

$$V_1 = \left(\frac{p_0}{p_1} - 1 \right) V_0 = (1,2 - 1) 4 \cdot 10^{-3} = 0,8 \cdot 10^{-3} (\text{м}^3)$$

Второй способ решения

Запишем уравнение состояния идеального газа для трех состояний:

- газ в баллоне в начале процесса всасывания;
- газ в баллоне в конце процесса всасывания;
- газ во всасывающей камере в конце процесса всасывания.

Учтем, что количество вещества, которое было в начале процесса всасывания в баллоне, размещается в конце процесса в баллоне и всасывающей камере насоса, то есть во всасывающей камере в конце процесса всасывания находится количество вещества $\nu_0 - \nu_1$. Получаем систему уравнений:

$$p_0 V_0 = \nu_0 RT, \quad (3)$$

$$p_1 V_0 = \nu_1 RT, \quad (4)$$

$$p_1 V_1 = (\nu_0 - \nu_1) RT. \quad (5)$$

Выразим V_1 из уравнения (5), а p_1 из уравнения (4):

$$V_1 = \frac{(\nu_0 - \nu_1) RT}{p_1} = \frac{(\nu_0 - \nu_1) RT}{\nu_1 RT} V_0 = \left(\frac{\nu_0}{\nu_1} - 1 \right) V_0$$

Отношение $\frac{\nu_0}{\nu_1}$ найдем, разделив почленно уравнения системы (3) на (4):

$$\frac{p_0}{p_1} = \frac{\nu_0}{\nu_1}.$$

Запишем окончательный вид расчетной формулы и выполним вычисления:

$$V_1 = \left(\frac{p_0}{p_1} - 1 \right) V_0 = (k - 1) V_0 = (1,2 - 1) 4 \cdot 10^{-3} = 0,8 \cdot 10^{-3} (\text{м}^3).$$

Ответ: $V_1 = 0,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$.

Пример 5.9 Два сосуда с объемами $V_1 = 40$ л и $V_2 = 20$ л содержат газ при одинаковых температурах, но разных давлениях. После соединения сосудов в них установилось давление $p = 1$ МПа. Каково было давление в большем сосуде p_1 , если начальное давление в меньшем сосуде $p_2 = 0,6$ МПа? Температура газа T не изменялась.

Решение:

Запишем уравнение состояния идеального газа для первого (большего) и второго сосуда перед их соединением, соответственно (1) и (2), а также для общего объема двух сосудов, образовавшегося после соединения (3):

$$p_1 V_1 = \nu_1 RT, \quad (1)$$

$$p_2 V_2 = \nu_2 RT, \quad (2)$$

$$p(V_1 + V_2) = (\nu_1 + \nu_2) RT. \quad (3)$$

Из равенств (1) и (2) получаем:

$$p_1 V_1 + p_2 V_2 = (\nu_1 + \nu_2) RT$$

Учитывая равенство (3), находим

$$p_1 V_1 + p_2 V_2 = p(V_1 + V_2)$$

Отсюда выражаем искомое давление и выполняем вычисления:

$$p_1 = \frac{p(V_1 + V_2) - p_2 V_2}{V_1} = \frac{1 \cdot 10^6 (40 \cdot 10^{-3}) - 0,6 \cdot 10^6 \cdot 20 \cdot 10^{-3}}{40 \cdot 10^{-3}} = 1,2 \cdot 10^6 \text{ (Па)}$$

Ответ: $p_1 = 1,2 \cdot 10^6$ Па.

Пример 5.10 В теплоизолированный сосуд, содержащий воду массой $m_w = 1,5$ кг при температуре $t_w = 15$ °С, впускают водяной пар массой m_n при температуре $t_n = 100$ °С. Какая общая температура t установится в сосуде после конденсации пара? Удельная теплоемкость воды $c = 4,19$ кДж/(кг×К), удельная теплота парообразования $r = 2,3$ кДж/кг. Массой сосуда пренебречь.

Решение:

Теплоизолированный сосуд (термос или термостат) предотвращает теплообмен с внешней средой. Поскольку массой сосуда можно пренебречь, сохраняется внутренняя энергия воды и водяного пара в процессе его конденсации. Это означает, что количество тепла, выделенное при конденсации пара и охлаждении образовавшейся из пара воды от температуры кипения до установившейся равновесной температуры, должно быть равным количеству тепла, затраченному на нагревание воды в сосуде от начальной до равновесной температуры. Математическое выражение, соответствующее этому равенству, часто называют **уравнением теплового баланса**.

Запишем его для решаемой нами задачи, для чего воспользуемся формулами (5.29 а) и (5.27):

$$r m_n + c m_n (t_n - t) = c m_w (t - t_w).$$

Из этого уравнения выражаем равновесную температуру:

$$t = \frac{r m_n + c(m_w t_w + m_n t_n)}{c(m_w + m_n)}$$

Выполняем вычисления (в системе СИ!):

$$t = \frac{2,3 \cdot 10^3 \cdot 200 \cdot 10^{-3} + 4,19 \cdot 10^3 \cdot (1,5 \cdot 15 + 200 \cdot 10^{-3} \cdot 100)}{4,19 \cdot 10^3 \cdot (200 \cdot 10^{-3} + 1,5)} = 89,6 (^{\circ}\text{C}).$$

Ответ: $t = 89,6$ °С.

Пример 5.11 Пузырек газа поднимается со дна водоема глубиной $h=5$ м. На этой глубине он имел радиус $r_1=1$ см. Определить его радиус r_2 вблизи поверхности водоема. Температура воздуха в пузырьке T постоянна. Плотность воды $\rho=10^3$ кг/м³, атмосферное давление $p_0=10^5$ Па. Силы поверхностного натяжения не учитывать.

Решение:

Введем обозначения величин: количество вещества газа в пузырьке ν , начальный и конечный объемы пузырька V_1 и V_2 соответственно, начальное и конечное давления в пузырьке p_1 и p_2 соответственно, ускорение свободного падения g . Запишем уравнение состояния идеального газа для двух состояний:

- газ в пузырьке вблизи дна водоема (1);
- газ в пузырьке вблизи поверхности водоема (2).

Получаем систему уравнений

$$p_1 V_1 = \nu RT, \quad (1)$$

$$p_2 V_2 = \nu RT, \quad (2)$$

из которой следует

$$p_1 V_1 = p_2 V_2,$$

$$V_2 = \frac{p_1}{p_2} V_1$$

Давление у поверхности воды равно атмосферному давлению, так как поверхностным натяжением в пузырьке можно пренебречь. На глубине h это давление больше атмосферного на величину гидростатического давления, создаваемого столбом воды высотой h . Следовательно,

$$p_2 = p_0,$$

$$p_2 = p_0 + \rho gh,$$

Объем пузырька пропорционален кубу его радиуса, поэтому

$$r_2^3 = \frac{p_1}{p_2} r_1^3, \quad r_2 = r_1 \sqrt[3]{\frac{p_1}{p_2}} = r_1 \sqrt[3]{\frac{p_0 + \rho gh}{p_0}}$$

Подставляем в полученную формулу исходные данные (в системе СИ!) и выполняем расчет:

$$r_2 = 10^{-2} \cdot \sqrt[3]{\frac{10^5 + 10^3 \cdot 9,8 \cdot 5}{10^5}} = 1,14 \cdot 10^{-2} \text{ (м)}$$

Ответ: $r_2 = 1,14 \cdot 10^{-2}$ м.

Пример 5.19 В цилиндре под поршнем находится гелий массой $m=0,25$ кг. Поршень закреплен. Какое количество теплоты Q нужно сообщить гелию, чтобы его температура повысилась на $\Delta T=5$ К? Молярная масса гелия $\mu=4 \times 10^{-3}$ кг/моль.

Решение:

В данном случае объем газа в процессе нагревания не изменяется, следовательно, работа не совершается. Поэтому, согласно первому закону термодинамики, все сообщенное количество тепла идет на увеличение внутренней энергии газа:

$$Q = \Delta U = \frac{3}{2} \frac{m}{\mu} R \Delta T.$$

Выполняем вычисления:

$$Q = \frac{3 \cdot 0,25 \cdot 8,31 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 10^{-3}} = 3895 \text{ (Дж)}.$$

Ответ: $Q = 3895$ Дж.

Пример 5.12 Закрытый цилиндрический сосуд высотой $h=40$ см разделен на две равные части невесомой плоской перегородкой, скользящей без трения. При закрепленной перегородке обе части сосуда заполнены газом, причем в одной из них давление p_2 в три раза больше, чем в другой. На сколько переместится перегородка, если ей предоставить возможность двигаться? Температура не изменяется.

Решение:

Вводим обозначения: объем половины сосуда V ; температура T ; количество вещества в части сосуда с меньшим давлением ν_1 ; давление в этой части p_1 ; количество вещества в другой части сосуда ν_2 ; перемещение перегородки x ; площадь основания цилиндра S ; изменение объема части цилиндра вследствие перемещения перегородки ΔV ; давление, установившееся в сосуде после перемещения перегородки p .

Запишем уравнение состояния идеального газа для четырех состояний: (1) и (2) - газ в двух частях сосуда с закрепленной посередине перегородкой; (3) и (4) - газ в этих же частях сосуда после перемещения перегородки.

Получаем систему уравнений:

$$p_1 V = \nu_1 R T, \quad (1)$$

$$p_2 V = \nu_2 R T, \quad (2)$$

$$p(V - \Delta V) = \nu_1 R T \quad (3)$$

$$p(V + \Delta V) = \nu_2 R T \quad (4)$$

Разделив почленно равенство (2) на равенство (1) и равенство (4) на равенство (3), из исходной системы уравнений получаем следующую систему:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\nu_2}{\nu_1},$$

$$\frac{V + \Delta V}{V - \Delta V} = \frac{\nu_2}{\nu_1}.$$

Отсюда вытекает

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{V + \Delta V}{V - \Delta V},$$

$$V + \Delta V = \frac{p_2}{p_1} (V - \Delta V)$$

Обозначим $\frac{p_2}{p_1} = n$, тогда для изменения объема части цилиндра получится формула

$$\Delta V = \frac{n-1}{n+1} V.$$

Выразим объемы цилиндров ΔV и V , входящих в эту формулу, через площадь основания и высоты цилиндров: $\Delta V = Sx$,

Получаем, расчетную формулу и выполняем вычисления (в системе СИ!):

$$x = \frac{n-1}{n+1} \cdot \frac{h}{2} = \frac{3-1}{3+1} \cdot \frac{40 \cdot 10^{-2}}{2} = 10 \cdot 10^{-2} = 0,1(\text{м}).$$

Ответ: $x = 0,1 \text{ м}$.

Пример 5.13 Открытую стеклянную трубку длиной $L = 1$ м наполовину погружают в ртуть. Затем верхний конец трубки плотно закрывают и вынимают из ртути. Какой длины x столбик ртути останется в трубке? Атмосферное давление $p_0 = 750$ мм рт. ст.

Решение:

Вводим обозначения: атмосферное давление p_0 ; давление воздуха в трубке, вытаскиваемой из ртути, p ; соответствующая ему высота ртутного столба H ; площадь поперечного сечения трубки S ; плотность ртути $\rho_{рт}$; объем половины трубки V_0 ; объем воздуха в трубке, вытаскиваемой из ртути, V_1 .

В открытой трубке, погруженной наполовину в ртуть, другая половина заполнена воздухом при атмосферном давлении. В процессе вытаскивания трубки из ртути часть ртути из трубки вытекает и объем воздуха в ней увеличивается, а давление понижается. В полностью вытаскиваемой трубке останется столбик ртути, который находится в равновесии под действием трех сил: силы тяжести ртути, силы атмосферного давления, действующей вертикально вверх на ртуть, и силы давления воздуха, оставшегося в трубке. Векторная сумма этих сил равна нулю. Проекция этой суммы на ось, направленную вертикально вниз, согласно первому закону Ньютона также равна нулю: $\rho_{рт} g x S - p_0 S + p_1 S = 0$.

Выразим давления, входящие в эту формулу, через соответствующие им высоты ртутных столбов:

$$\rho_{рт} g x S - \rho_{рт} g x H_0 S + \rho_{рт} g x H_1 S = 0,$$

то есть :

$$x - H_0 + H_1 = 0.$$

Запишем уравнение состояния идеального газа для двух состояний воздуха (обозначим количество вещества воздуха ν , его температуру T):

- в трубке, наполовину погруженной в ртуть (1);

- в трубке, вытаскиваемой из ртути (2).

Получаем систему уравнений:

$$p_0 V_0 = \nu RT, \quad (1)$$

$$p_1 V_1 = \nu RT. \quad (2)$$

Видно, что левые части уравнений (1) и (2) равны между собой:

$$p_0 V_0 = p_1 V_1.$$

Выразим входящие сюда давления через соответствующие им высоты ртутных столбов, а объемы через площадь основания цилиндра S и соответствующие высоты цилиндров:

$$\frac{L}{2} = p_{рт} g H_1 S (L - x)$$

Отсюда вытекает соотношение

$$H_0 \frac{L}{2} = H_1 (L - 1),$$

которое вместе с соотношением, полученным из условия равновесия столбика ртути, образует систему уравнений для решения задачи:

$$x - H_0 + H_1 = 0, \quad (3)$$

$$H_0 \frac{L}{2} - H_1 (L - x) = 0 \quad (4)$$

Неизвестными в ней являются величины H_1 и x . Выражаем H_1 из уравнения (3) и подставляем это выражение в уравнение (4). Получаем квадратное уравнение относительно x :

$$x^2 - x(L + H_0) - \frac{LH_0}{2} = 0$$

Его корни: $x_{1,2} = \frac{H_0 + L \pm \sqrt{H_0^2 + L^2}}{2}$.

Отбрасываем корень со знаком «+» в числителе, как противоречащий физическому смыслу (он дает $x > \frac{L}{2}$). Следовательно, расчетная формула для определения x имеет следующий вид:

$$x = \frac{H_0 + L - \sqrt{H_0^2 + L^2}}{2}.$$

Подставляем исходные данные (в системе СИ!) и выполняем вычисления:

$$x = \frac{750 \cdot 10^{-3} + 1 - \sqrt{0,75^2 + 1^2}}{2} = 0,25(\text{м}).$$

Ответ: $x = 0,25 \text{ м}$.

Пример 5.14 Посередине откачанной и запаянной с обоих концов горизонтальной трубки длиной $L=1$ м находится столбик ртути длиной $h=20$ см. Если трубку поставить вертикально, столбик ртути сместится на $\Delta h=10$ см. До какого давления p_0 была откачана трубка? Плотность ртути $\rho_{\text{рт}}=13,6 \times 10 \text{ кг/м}^3$.

Решение:

Количество вещества газа, находящегося в двух частях трубки по обе стороны столбика ртути, одинаково, поскольку в горизонтальном положении объемы этих частей равны по условию, а давления в них должны быть одинаковыми, поскольку столбик ртути находится в равновесии. Обозначим это количество вещества ν , объем воздуха в одной из частей трубки при горизонтальном расположении V , изменение этого объема при смещении столбика ртути ΔV . При вертикальном положении трубки давление в верхней ее части p_1 , в нижней p_2 . Площадь поперечного сечения трубки S .

Для решения этой задачи необходимо использовать условия равновесия столбика ртути при вертикальном ее расположении и уравнение состояния идеального газа для воздуха в трубке.

В вертикальном положении столбик ртути находится в равновесии под действием трех сил: силы тяжести ртути $\rho_{\text{рт}}ghS$ направленной вертикально вниз, силы давления воздуха, расположенного в верхней части трубки p_1S , направленной вертикально вниз, и силы давления воздуха, расположенного в нижней части трубки p_2S , направленной вертикально вверх. Следовательно, векторная сумма этих сил (а значит, и алгебраическая сумма их проекций на любую ось) должна быть равна нулю. На ось, направленную вертикально вниз, это дает соотношение

$$\rho_{\text{рт}}ghS - p_1S + p_2S = 0$$

Отсюда

$$p_2 - p_1 = \rho_{\text{рт}}gh \quad (1)$$

Запишем уравнение состояния идеального газа для трех состояний воздуха

- в одной из частей трубки в горизонтальном ее положении (2),

- в верхней части трубки в вертикальном ее положении (3),

- в нижней части трубки в вертикальном ее положении (4).

Тогда совместно с уравнением (1) получим следующую систему уравнений:

$$p_2 - p_1 = \rho_{\text{рт}}gh$$

$$p_0V = \nu RT \quad (2)$$

$$p_1(V + \Delta V) = \nu RT \quad (3)$$

$$p_2(V - \Delta V) = \nu RT \quad (4)$$

Неизвестными здесь являются четыре величины: три давления и произведение νRT . Нас интересует в данной задаче только давление p_0 . Исключаем остальные неизвестные. Для этого сначала в уравнения (3) и (4) подставим значение νRT из уравнения (2):

$$p_2 - p_1 = \rho_{\text{рт}}gh \quad (5)$$

$$p_1(V + \Delta V) = p_0V, \quad (6)$$

$$p_2(V - \Delta V) = p_0V. \quad (7)$$

Теперь выразим p_1 и p_2 из уравнений (6) и (7) и подставим их в уравнение (5):

$$p_0 V \left(\frac{1}{V - \Delta V} - \frac{1}{V + \Delta V} \right) = \rho_{pm} g h$$

Выполним алгебраические преобразования:

$$p_0 V \frac{2\Delta V}{V^2 - \Delta V^2} = \rho_{pm} g h$$

Выражаем отсюда p_0 :

$$p_0 = \frac{\rho_{pm} g h}{2} \left(\frac{V}{\Delta V} - \frac{\Delta V}{V} \right)$$

Используя формулы геометрии, преобразуем значения объемов V и ΔV , входящих в последнее выражение: V - половина объема газа в трубке, т.е. объем цилиндра с основанием S и высотой $\frac{L-h}{2}$:

$$V = S \cdot \frac{L-h}{2}.$$

ΔV -объем части трубки, образуемый при перемещении столбика ртути на величину Δh :

$$\Delta V = S \Delta h.$$

Подставляя эти выражения, получим расчетную формулу для p_0 :

$$p_0 = \frac{\rho_{pm} g h}{2} \left(\frac{L-h}{2\Delta h} - \frac{2\Delta h}{L-h} \right).$$

Выполняем вычисления (в системе СИ!):

$$p_0 = \frac{13,6 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 20 \cdot 10^{-2}}{2} \left(\frac{1 - 20 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10 \cdot 10^{-2}} - \frac{2 \cdot 10 \cdot 10^{-2}}{1 - 20 \cdot 10^{-2}} \right) \approx 5 \cdot 10^3 \text{ (Па)}.$$

Ответ: $p_0 \approx 5 \cdot 10^3 \text{ Па}$.

Пример 5.15 В закрытом цилиндрическом сосуде с площадью основания S , расположенном вертикально, находится газ, разделенный поршнем массой m_n на два равных объема. Масса газа под поршнем при этом в k раз больше массы газа над ним. Температуры газов T одинаковы. Найти давления в нижнем, p_1 и верхнем, p_2 , отсеках.

Решение:

Для решения этой задачи необходимо использовать условия равновесия поршня и уравнение состояния идеального газа для обоих отсеков сосуда.

Поршень испытывает воздействие силы тяжести $m_n g$, направленной вертикально вниз, силы давления газа в нижнем отсеке $p_1 S$, направленной вертикально вверх, и силы давления газа в верхнем отсеке $p_2 S$, направленной вертикально вниз. Следовательно, векторная сумма этих сил (а значит, и алгебраическая сумма их проекций на любую ось) должна быть равна нулю. Применительно к оси, направленной вертикально вниз, получаем соотношение

$$m_n g + p_2 S - p_1 S = 0.$$

Откуда

$$p_1 - p_2 = \frac{m_n g}{S}.$$

Обозначим молярную массу газа μ , объем отсека V и запишем уравнение состояния идеального газа для двух состояний:

- в нижнем отсеке сосуда (2),

- в верхнем отсеке сосуда (3).

Совместно с уравнением (1) уравнения состояний образуют систему уравнений для решения задачи:

$$p_1 - p_2 = \frac{m_n g}{S}, \quad (1)$$

$$p_1 V = \frac{m_1}{\mu} R T, \quad (2)$$

$$p_2 V = \frac{m_2}{\mu} RT. \quad (3)$$

Разделим почленно уравнение (2) на уравнение (3). Получим

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1}{m_2} = k.$$

Отсюда выражаем p_1 и подставляем это выражение в (1);

$$p_1 = k p_2.$$

Следовательно,
$$p_2(k-1) = \frac{m_n g}{S}, \quad p_2 \frac{m_n g}{(k-1)S}, \quad p_1 = \frac{km_n g}{(k-1)S}.$$

Ответ:
$$p_2 \frac{m_n g}{(k-1)S}, \quad p_1 = \frac{km_n g}{(k-1)S}.$$

Пример 5.16 Цилиндр разделен на две равные части подвижным поршнем, имеющим массу m и площадь сечения S . При горизонтальном положении цилиндра давление газа равно p . Найти давление газа в верхней части цилиндра p_2 при его вертикальном расположении. Температуру считать постоянной.

Решение:

Для решения этой задачи необходимо использовать условие равновесия поршня при вертикальном расположении цилиндра и уравнение состояния идеального газа.

Обозначим объем одной части цилиндра при его горизонтальном расположении V , количество вещества газа в ней ν , температуру газа T , давление в нижней части цилиндра при его вертикальном расположении p_1 и изменение объема частей цилиндра при перемещении поршня ΔV .

Поршень испытывает воздействие силы тяжести mg , направленной вертикально вниз, силы давления газа в нижней части цилиндра $p_1 S$, направленной вертикально вверх, и силы давления газа в верхнем отсеке $p_2 S$, направленной вертикально вниз. Следовательно, векторная сумма этих сил (а значит, и алгебраическая сумма их проекций на любую ось) должна быть равна нулю. Для оси, направленной вертикально вниз, сумма проекций $mg + p_2 S - p_1 S = 0$. Отсюда получаем

$$p_1 - p_2 = \frac{mg}{S} \quad (1) \text{ (a)}$$

Запишем уравнение состояния идеального газа для трех состояний:

- в одной из частей цилиндра при его горизонтальном положении (3);
- в нижней части цилиндра при его вертикальном положении (4);
- в верхней части цилиндра при его вертикальном положении (5).

Совместно с уравнением (1) уравнения состояний образуют систему уравнений для решения задачи:

$$p_1 - p_2 = \frac{mg}{S}, \quad (2)$$

$$pV = \nu RT, \quad (3)$$

$$p_1(V - \Delta V) = \nu RT, \quad (4)$$

$$p_2(V + \Delta V) = \nu RT. \quad (5)$$

Комбинируя (3), (4) и (5), исключаем неизвестные по условию задачи количество вещества и температуру:

$$p_1 - p_2 = \frac{mg}{S}, \quad (6)$$

$$p_1(V - \Delta V) = pV, \quad (7)$$

$$p_2(V + \Delta V) = pV. \quad (8)$$

В полученной системе уравнений, количество неизвестных величин (p_1 , p_2 , V и ΔV) больше числа уравнений, отсюда возникает проблема исключения «лишних» неизвестных, в данном случае - одной величины. В таких случаях трудно дать универсальный «рецепт» необходимых тождественных преобразований системы. Необходимо внимательно изучить структуру уравнений и проявить некоторую сообразительность. В нашем случае, как вытекает из структуры уравнений (7) и (8), можно вместо двух неизвестных величин V и ΔV ввести в систему одну неизвестную их комбинацию, а именно их отношение $x = \Delta V/V$.

Для этого необходимо разделить обе части уравнений (7) и (8) на V :

$$p_1 - p_2 = \frac{mg}{S}, \quad (9)$$

$$p_1 \frac{(V - \Delta V)}{V} = p, \Rightarrow p_1 \left(1 - \frac{\Delta V}{V}\right) = p, \Rightarrow p_1(1 - x) = p, \quad (10)$$

$$p_2 \frac{(V + \Delta V)}{V} = p, \Rightarrow p_2 \left(1 + \frac{\Delta V}{V}\right) = p, \Rightarrow p_2(1 + x) = p \quad (11)$$

Таким образом, удается получить систему из трех уравнений с тремя неизвестными p_1 , p_2 и x . Поскольку требуется определить p_2 , будем действовать по следующему плану: исключим x , решая совместно уравнения (10) и (11), затем выразим p_1 через p_2 и подставим это выражение в (9), после чего получим расчетную формулу для p_2 :

$$p_1(1 - x) = p, \quad 1 - x = \frac{p}{p_1}, \quad (12)$$

$$p_2(1 + x) = p, \quad 1 + x = \frac{p}{p_2}. \quad (13)$$

Складывая почленно (12) и (13), получаем $2 = \frac{p}{p_1} + \frac{p}{p_2}$.

Откуда
$$p_1 = \frac{p}{2 - \frac{p}{p_2}}.$$

Подставляем полученное выражение в (9):

$$\frac{p}{2 - \frac{p}{p_2}} - p_2 = \frac{mg}{S}.$$

(для удобства введём обозначение $p_n = \frac{mg}{S}$), тогда $\frac{p}{2 - \frac{p}{p_2}} - p_2 = p_n$.

Продолжим преобразования: $p - 2p_2 + p = 2p_n - p_n \frac{p}{p_2}$.

Отсюда вытекает следующее квадратное уравнение для отыскания p_2 :

$$p_2^2 - p_2(p - p_n) - \frac{pp_n}{2} = 0.$$

Оно имеет только один положительный корень, определяемый выражением, которое и является ответом задачи:

$$p_2 = \frac{1}{2} p - p_n + \sqrt{p^2 + p_n^2},$$

где
$$p_n = \frac{M_n g}{S}$$

Ответ: $p_2 = \frac{1}{2} p - p_n + \sqrt{p^2 + p_n^2}$, где $p_n = \frac{M_n g}{S}$.

Пример 5.17 Шар объемом $V=0,1 \text{ м}^3$, имеющий очень тонкую оболочку, наполняют горячим воздухом температурой $T_2=340 \text{ К}$. Температура окружающего воздуха $T_1=290 \text{ К}$. Давление воздуха p внутри шара и атмосферное давление одинаковы и равны 100 кПа . При каком значении массы оболочки шара m он начнет подниматься? Молярная масса воздуха $\mu = 29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$.

Решение:

Обозначим массу горячего воздуха внутри шара m_2 , массу холодного воздуха, вытесненного шаром, m_1 .

На шар, находящийся в воздухе, действуют: суммарная сила тяжести его оболочки и горячего воздуха, заполняющего шар, равная $(m+m_2)g$ и направленная вертикально вниз, а также направленная вверх сила Архимеда, которая равна весу холодного воздуха, вытесненного шаром, m_1g .

Шар сможет держаться в воздухе, если величины этих сил равны между собой, т.е.

$$m + m_2 g = m_1 g.$$

Отсюда масса оболочки определяется соотношением

$$m = m_1 - m_2. \quad (1)$$

Значения масс определим из уравнения состояния идеального газа, применённого для горячего воздуха в объёме оболочки шара и для холодного воздуха в том же объёме (поскольку толщина оболочки шара пренебрежимо мала по условию задачи, то объём вытесненного воздуха не отличается от внутреннего объёма шара). Из уравнения состояния для горячего воздуха

$$pV = \frac{m_1}{\mu} RT_1$$

получаем его массу

$$m_1 = \frac{pV\mu}{RT_1}$$

Аналогично получаем массу холодного воздуха $m_2 = \frac{pV\mu}{RT_2}$.

Подставляем полученные выражения в равенство (1) и получаем расчетную формулу:

$$m = \frac{pV\mu}{R} \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_1 T_2}$$

Выполняем вычисления (в системе СИ!):

$$m = \frac{100 \cdot 10^3 \cdot 29 \cdot 10^{-3}}{8,31} \cdot \frac{340 - 290}{340 \cdot 290} = 17,7 \cdot 10^{-3} \text{ (кг)}.$$

Ответ: $m = 17,7 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$.

Пример 5.19 В идеальном тепловом двигателе за счет каждого килоджоуля энергии Q_1 , получаемой от нагревателя, совершается работа $A=300 \text{ Дж}$. Определить КПД двигателя η и температуру нагревателя T_1 , если температура холодильника $T_2=280 \text{ К}$.

Решение:

КПД идеального двигателя вычисляется по формуле $\eta = A/Q_1$, откуда получаем $\eta = 300/1000 = 0,3$. Для определения температуры нагревателя воспользуемся формулой, выражающей КПД через температуры холодильника и нагревателя:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

из которой выразим T_1 :

$$T_1 = \frac{T_2}{1 - \eta} = \frac{280}{1 - 0,3} = 400 \text{ (К)}.$$

Ответ: $T_1 = 400 \text{ К}$.

Пример 5.18 Какую массу m_1 стали, взятой при температуре $t_1=20^\circ\text{C}$, можно расплавить в печи с КПД $\eta=50\%$, сжигая массу $m_2=2$ т каменного угля? Температура плавления стали ($t_{\text{пл}}=1400^\circ\text{C}$, удельная теплота плавления стали $\lambda=82$ кДж/кг, удельная теплоемкость стали $c=460$ Дж/(кг \times К), удельная теплота сгорания угля $q=29$ МДж/кг.

Решение:

Согласно физическому смыслу КПД для печи равен отношению полезно используемого количества тепла к количеству тепла, полученному от источника тепловой энергии. В данном случае полезным использованием тепла являются его затраты на нагревание и плавление стали, а источником тепла является сгорание каменного угля.

Поэтому:

$$\eta = \frac{cm_1(t_{\text{пл}} - t_1) + \lambda m_1}{qm_2} \cdot 100\%.$$

Множитель 100 % использован потому, что в условии задачи значение КПД приведено в процентах. Находим из полученного соотношения искомую массу m_1 и выполняем расчет (все значения физических величин выражаем всегда в системе СИ!):

$$m_1 = \frac{qm_2}{c(t_{\text{пл}} - t_1) + \lambda} \cdot \frac{\eta}{100\%} = \frac{29 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^3}{460(1400 - 20) + 82 \cdot 10^3} \cdot \frac{46\%}{100\%} = 37220(\text{кг}).$$

Ответ: $m_1 = 37220$ кг.

Пример 5.20 Какую работу A совершает газ, количество вещества которого равно ν , при изобарном повышении температуры на ΔT ?

Решение:

Работа газа в изобарном процессе определяется формулой $A = p\Delta V$. Так как в условии задачи приведено значение изменения не объема ΔV , а температуры, найдем связь между ними с помощью уравнения состояния идеального газа. Запишем его дважды - для начального и для конечного состояний газа в процессе изобарного нагревания на ΔT :

$$pV = \nu RT \quad (1)$$

$$p(V + \Delta V) = \nu R(T + \Delta T) \quad (2)$$

Вычитая почленно из уравнения (2) уравнение (1), получаем $p\Delta V = \nu R\Delta T$.

Сравнивая с $A = p\Delta V$, находим ответ задачи: $A = \nu R\Delta T$.

Ответ: $A = \nu R\Delta T$.

Пример 5.21 Объем кислорода массой 0,16 кг, температура которого 300 К, при изобарном нагревании увеличился вдвое. Определить работу газа при его расширении. Молярная масса кислорода 32×10^{-3} кг/моль.

Решение:

Используя выражение для работы газа при постоянном давлении $A = p\Delta V$ и уравнение состояния идеального газа, получаем систему уравнений:

$$A = p\Delta V \quad (1)$$

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \quad (2)$$

$$\frac{\Delta V + V}{V} = 2 \quad (3)$$

Равенство (3) описывает увеличение объема по условию задачи в два раза. Из него вытекает $\Delta V = V$. Подставляя это соотношение в уравнение (1), находим, что его правая часть оказывается равной правой части уравнения (2). Следовательно,

$$A = \frac{m}{\mu} RT = \frac{0,16}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \cdot 300 = 12465(\text{Дж})$$

Ответ: $A = 12465$ Дж.

Пример 5.22 На сколько больше удельная теплоемкость одноатомного идеального газа C_p , измеренная при постоянном давлении, удельной теплоемкости C_v , измеренной при постоянном объеме? Молярная масса газа равна μ .

Решение:

Количество тепла, переданное веществу, связано с его удельной теплоемкостью соотношением $Q = cm\Delta T$, из которого следует, что

$$c = \frac{Q}{m\Delta T}.$$

Поэтому для решения задачи необходимо установить связь между количеством тепла и повышением температуры одинаковой массы газа m при двух способах его нагревания, описанных в условии задачи.

Рассмотрим процесс нагревания газа при постоянном объеме. Поскольку в этом случае газ не совершает работу, на основании первого закона термодинамики. С помощью соотношения, связывающего внутреннюю энергию газа с температурой, получим

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} \frac{m}{\mu} R \Delta T$$

Отсюда следует

$$Q = \frac{3}{2} \frac{m}{\mu} R \Delta t$$

$$c_m = \frac{3}{2} \frac{R}{\mu}$$

Рассмотрим теперь процесс нагревания при постоянном давлении. Увеличение температуры газа при постоянном давлении должно сопровождаться увеличением его объема, как это вытекает из уравнения состояния идеального газа. Следовательно, газ совершает работу, на что расходуется часть сообщенного ему тепла. На основании первого закона термодинамики запишем:

$$Q = \Delta U + A.$$

Работу, совершенную газом при изобарном расширении, рассчитаем по соотношению $A = p\Delta V$, а для изменения внутренней энергии будем использовать формулу, полученную ранее:

$$\Delta U = \frac{3}{2} \frac{m}{\mu} R \Delta T.$$

С помощью уравнения состояния идеального газа найдем связь между изменением объема ΔV и изменением температуры ΔT :

$$p\Delta V = \frac{m}{\mu} R \Delta T.$$

В результате этих преобразований получим соотношение

$$\Delta U = \frac{3}{2} \frac{m}{\mu} R \Delta T + \frac{m}{\mu} R \Delta T = \frac{5}{2} \frac{m}{\mu} R \Delta T /$$

Отсюда удельная теплоемкость при постоянном объеме

$$c_p = \frac{5}{2} \frac{R}{\mu}$$

Искомая разность удельных теплоемкостей

$$c_p - c_v = \frac{R}{\mu}$$

Ответ: $c_p - c_v = \frac{R}{\mu}$.

Пример 5.23 Два свинцовых шарика одинаковой массы движутся со скоростями v и $2v$ навстречу друг другу. Определить повышение температуры Δt в результате их прямого неупругого удара. Удельная теплоемкость свинца равна c .

Решение:

При прямом неупругом столкновении выполняется лишь закон сохранения импульса системы (или его проекции на ось, перпендикулярную равнодействующей всех внешних сил), а полная механическая энергия частично (или полностью) переходит во внутреннюю энергию системы. В данном случае предполагается, что повышение температуры не приводит к плавлению, поэтому повышение внутренней энергии обоих шариков (каждого с массой m) можно выразить по формуле

$$Q = 2cm\Delta t.$$

Переданное обоим шарикам количество тепла равно уменьшению их полной механической энергии, которое можно найти с помощью законов механики.

Запишем закон сохранения проекции импульса на ось, совпадающую с направлением скорости шарика $2v$ (после столкновения шарики движутся вместе, имея скорость v_1):

$$m_2 v - m_1 v = (m_1 + m_2) v_1$$

Отсюда

$$v_1 = \frac{1}{2} v$$

Полная механическая энергия W двух шариков до столкновения равна их суммарной кинетической энергии:

$$W_{до} = W_{к1} + W_{к2} = \frac{m(2v)^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{5}{2} mv^2.$$

После столкновения полная энергия шариков будет равна кинетической энергии тела массой $2m$, которое будет образовано при «слипании» шариков при их неупругом ударе:

$$W_{после} = \frac{(m+m)v_1^2}{2} = \frac{2m(\frac{1}{2}v)^2}{2} = \frac{1}{4} mv^2.$$

Количество тепла, переданного двум шарикам, будет равно разности кинетических энергий начального и конечного состояний:

$$Q = W_{до} - W_{после} = \frac{9}{4} mv^2.$$

С помощью формулы (6.22) можно найти повышение температуры

$$\Delta t = \frac{Q}{c(m+m)} = \frac{9}{8} \frac{v^2}{c}.$$

Ответ: $\Delta t = \frac{9}{8} \frac{v^2}{c}.$

Задачи для самостоятельной работы

Задача 5.1 В баллоне вместимостью 3л находится кислород массой 4 г. Определить количество вещества ν и число N молекул газа. **Ответ:** $\nu = 0.125$ моль; $N = 7.5 \cdot 10^{21}$

Задача 5.2 При нагревании идеального газа на $\Delta T = 1$ К при постоянном давлении его объём увеличился на $1/350$ часть первоначального объёма. Найти начальную температуру газа. **Ответ:** $T = 350$ К

Задача 5.3 В баллоне вместимостью 25 л находится молекулярный водород при температуре 290 К. После того как часть водорода израсходовали, давление в баллоне уменьшилось на 0.4 МПа. Определите массу израсходованного водорода. **Ответ:** $m = 8.4$ г.

Задача 5.4 В сосуде вместимостью 5л находится однородный газ количеством вещества 0,2 моль. Определить, какой это газ, если его плотность $1,12$ кг/м³.

Ответ: $\mu = 28 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$, следовательно, это азот N_2

Задача 5.5 Вычислить удельные теплоемкости c_v и c_p углекислого газа CO_2 .

Ответ: $c_v = 567 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$; $c_p = 756 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$.

Задача 5.6 Какая работа совершается при изотермическом расширении молекулярного водорода массой 5 г, взятого при температуре 290 К, если объём газа увеличивается в три раза? **Ответ:** $A = 6.62$ кДж.

Задача 5.7 В сосуде вместимостью 0.01 м³ содержится смесь газов – азота N_2 массой 7 г и водорода H_2 массой 1 г при температуре 280 К. Определите давление смеси газов.

Ответ: $p = 175$ кПа

Задача 5.8 В цилиндр длиной $l = 160$ см, заполненный воздухом при нормальном атмосферном давлении p_0 , начали медленно вдвигать поршень площадью $S = 200$ см². Определить силу, которая будет действовать на поршень, если его остановить на расстоянии $l_1 = 10$ см от дна цилиндра. **Ответ:** $F = 32.3$ кН.

Задача 5.9 В цилиндре под поршнем находится азот, имеющий массу $m = 0,6$ кг и занимающий объём $V_1 = 1,2$ м³ при температуре $T_1 = 560$ К. В результате нагревания газ расширился и занял объём $V_2 = 4,2$ м³, причем температура осталась неизменной. Найти изменение ΔU внутренней энергии газа, совершенную им работу A , и теплоту, сообщенную газу. **Ответ:** $\Delta U = 0$ Дж; $A = 126$ кДж; $Q = 126$ кДж.

Задача 5.10 Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура холодильника равна 290 К. Во сколько раз увеличится КПД цикла, если температура нагревателя повысится от 400 К до 600 К? **Ответ:** $\frac{\eta_2}{\eta_1} = 1.88$.