

11. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА И ФОТОМЕТРИЯ

§ 11.1 Законы геометрической оптики

В оптическом диапазоне с достаточно большой точностью можно представить распространение электромагнитных волн как перенос ими энергии вдоль некоторых линий. Эти линии получили название *световых лучей*.

Геометрической оптикой называется раздел оптики, в котором законы распространения оптического излучения изучаются на основе математической модели, в которой световые волны заменяют световыми лучами и применяют к ним обычные правила евклидовой геометрии и несколько простых законов, установленных опытным путем.

Основными законами геометрической оптики являются:

1. Закон прямолинейного распространения света: свет в оптически однородной среде распространяется прямолинейно.

(Вообще говоря, понятие прямой возникло из оптических наблюдений как линии, по которой распространяется свет в однородной среде. Этот закон теряет силу, если мы переходим к очень малым отверстиям. В данном случае начинает проявляться волновая природа света и отклонение от прямолинейного распространения составляет сущность дифракции).

2. Закон независимости световых пучков: распространение всякого светового пучка в среде не зависит от наличия других пучков; лучи обратимы.

(Световой поток можно разбить на отдельные световые пучки, выделяя их, например, при помощи диафрагм. Действие этих пучков оказывается независимым, т.е. суммарный эффект представляет собой сумму вкладов каждого светового пучка в отдельности.

Ограниченность этого закона проявляется в явлениях интерференции света).

Луч света, падающий на границу раздела двух сред, разделяется на два – отраженный и преломленный, направления которых определяются законами отражения и преломления (рис. 11.1).

3. Законы отражения:

- отраженный луч лежит в одной плоскости с падающим лучом и перпендикуляром, проведенным к границе раздела двух сред в точке падения луча;

- угол отражения γ равен углу падения α :

4. Законы преломления:

- луч падающий, луч преломленный и перпендикуляр, восстановленный в точке падения луча, лежат в одной плоскости;

- отношение синуса угла падения α к синусу угла преломления β есть величина постоянная для двух данных сред (закон Снеллиуса):

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{21}, \quad (11.1)$$

где $n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$ - относительный показатель преломления двух сред,

n_1 и n_2 - абсолютные показатели преломления первой и второй среды.

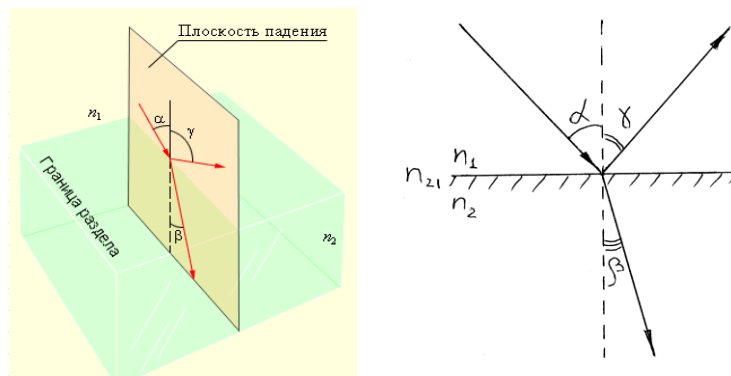


Рис. 11. 1 Отражение и преломление падающего луча света на границе раздела двух сред

В физике исключительное значение имеет метод принципов, позволяющий на основе небольшого числа общих предположений (принципов) обосновать известные законы некоторого круга явлений и предсказать еще неоткрытые закономерности.

В геометрической оптике таким принципом является **принцип кратчайшего оптического пути** (или минимального времени распространения), именуемым также **принципом Ферма**.

По определению, **оптической длиной пути** называется величина, равная:

$$L = \int_1^2 n ds .$$

Принцип Ферма можно рассматривать как общий закон распространения света. Другие законы распространения света являются его следствием (за исключением закона независимости световых пучков). Действительно, нетрудно видеть, что для однородной среды этот принцип приводит к закону прямолинейного распространения света согласно геометрической аксиоме о том, что прямая есть кратчайшее расстояние между двумя точками; для случая отражения и преломления этот принцип также приводит к соответствующим законам.

11.1.2 Обратимость световых лучей

Из принципа Ферма вытекает обратимость световых лучей. Действительно, оптический путь, который минимален в случае распространения света из точки 1 в точку 2, окажется минимальным и в случае распространения в обратном направлении.

Положения геометрической оптики можно применять тогда, когда эффекты, вызываемые волновой природой света (интерференция, дифракция и поляризация), несущественны.

11.1.3 Явление полного внутреннего отражения

Если свет распространяется из среды с большим показателем преломления n_1 (оптически более плотной) в среду с меньшим показателем преломления n_2 (оптически менее плотную), например, из стекла в воду, то, согласно (1)

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_1}{n_2} > 1 .$$

Отсюда следует, что преломленный луч удаляется от нормали $\beta > \alpha$. С увеличением угла падения увеличивается угол преломления до тех пор, пока при некотором угле падения ($\alpha = \alpha_{\text{пр}}$) угол преломления не окажется равным $\pi/2$. Угол $\alpha_{\text{пр}}$ называется **предельным углом полного внутреннего отражения**. При углах падения $\alpha > \alpha_{\text{пр}}$ весь падающий свет полностью отражается. Таким образом, при углах падения от $\alpha_{\text{пр}}$ до $\pi/2$ луч полностью отражается в первую среду, причём интенсивности отраженного и падающего лучей одинаковы. Это явление называется **полным внутренним отражением** (рис. 11.2).

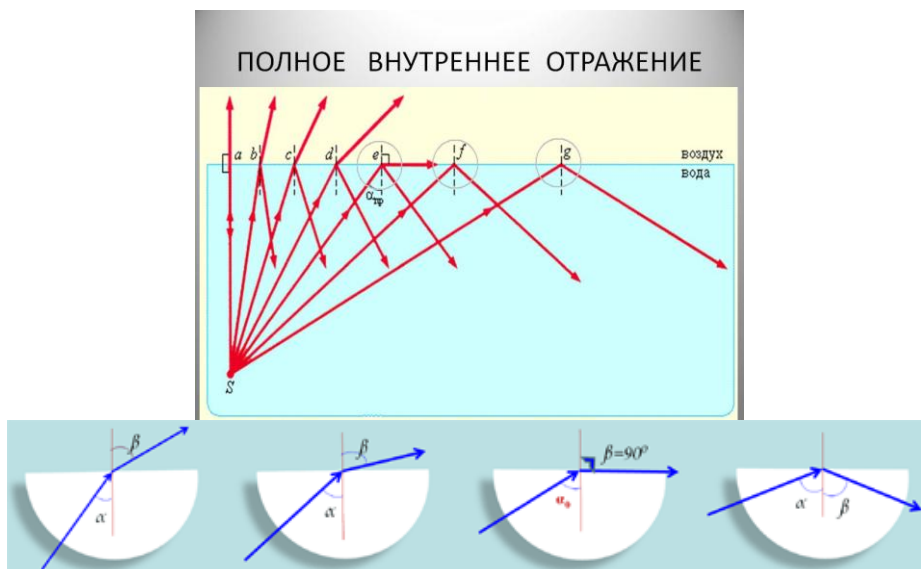


Рис. 11.2 Явление полного внутреннего отражения света

Предельный угол полного внутреннего отражения $\alpha_{\text{пр}}$ можно определить по формуле:

$$\sin \alpha_{\text{пр}} = n_2/n_1 = n_{21}. \quad (11.2)$$

Явление полного внутреннего отражения используется в призмах полного отражения. Существуют призмы, позволяющие повернуть луч на 90° , на 180° , перевернуть изображение (см. рис. 11.3). Такие призмы применяются в оптических приборах (например, в биноклях, перископах).

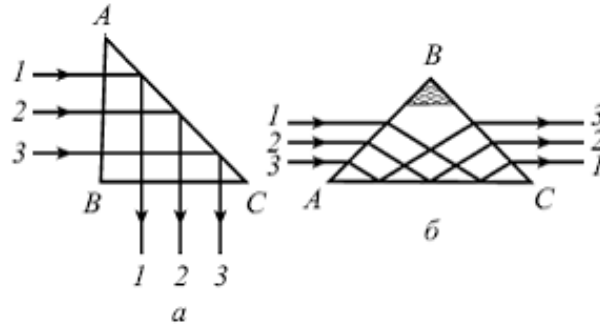


Рис. 11.3 Некоторые виды поворотных призм

Явление полного внутреннего отражения используется также в световодах, которые представляют собой тонкие нити (волокна) из оптически прозрачного материала. По причине полного отражения от боковой поверхности световода свет распространяется только вдоль волокна. С помощью световодов можно как угодно искривлять путь светового пучка (рис. 11.4). Световоды используются для передачи информации в ЭВМ, медицине (для диагностики внутренних органов) и др.

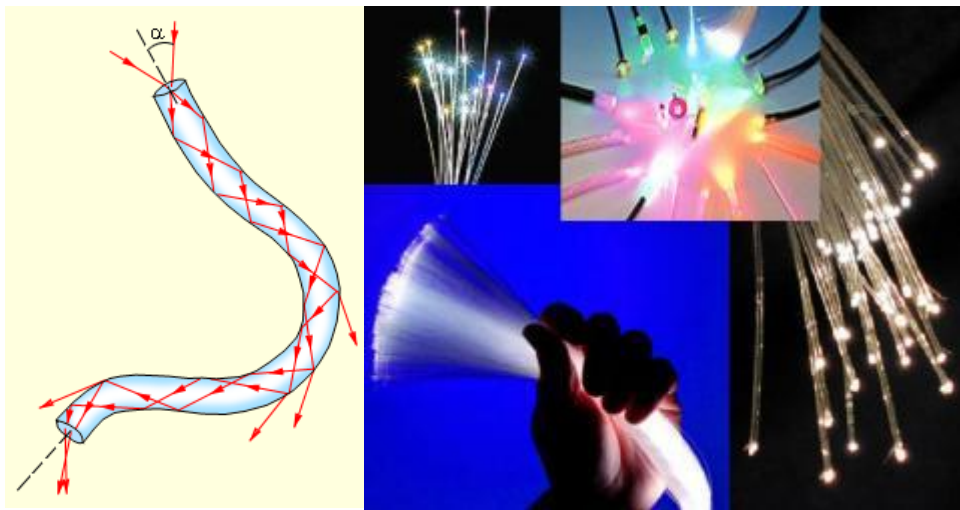


Рис. 11.4 Применение явления полного внутреннего отражения в световолоконной оптике

На явлении полного внутреннего отражения основывается огранка бриллиантов (рис. 11.5).



Рис. 11.5 Сияние бриллиантов объясняется явлением полного внутреннего отражения света

§ 11.2 Линза и её характеристики

Оптическая система представляет совокупность отражающих и преломляющих поверхностей, отделяющих друг от друга оптически однородные среды. Большое значение имеет случай оптической системы, состоящей из двух сферических поверхностей. Такая система представляет собой *линзу*.

Линза – прозрачное (чаще всего стеклянное) тело, ограниченное двумя криволинейными (обычно сферическими) или одной криволинейной и одной плоской поверхностями (рис. 11.6).

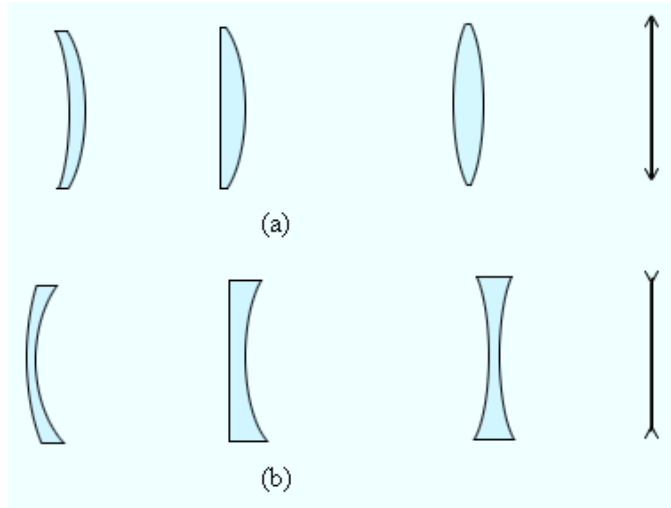


Рис. 11. 6 Собирающие (а) и рассеивающие (б) линзы и их условные обозначения.

Линза называется *тонкой*, если ее толщина мала по сравнению с R_1 и R_2 , радиусами кривизны ограничивающих поверхностей.

В зависимости от формы линзы различают *собирающие* (положительные) и *рассеивающие* (отрицательные) линзы.

К группе собирающих линз обычно относят линзы, у которых середина толще их краёв, а к группе рассеивающих — линзы, края которых толще середины. Следует отметить, что это верно только в том случае, когда показатель преломления материала линзы больше, чем у окружающей среды. Если показатель преломления линзы меньше, ситуация будет обратной.

Главной оптической осью линзы называется прямая проходящая через центры сферических поверхностей линзы O_1O_2 (рис. 11.7).

Расстояние между поверхностями линзы, измеренное вдоль главной оптической оси, называется толщиной линзы. Линзы, у которых толщина весьма мала по сравнению с радиусами кривизны ее поверхностей, называются тонкими. У бесконечно тонкой линзы обе поверхности совпадают и пересекают главную оптическую ось в одной и той же точке, называемой оптическим центром линзы O .

Любой луч, проходящий через оптический центр тонкой линзы, не испытывает преломления и не меняет направления распространения. Любая линия, проходящая через оптический центр линзы, называется *побочной оптической осью линзы*.

Если на линзу направить пучок лучей, параллельных главной оптической оси, то после прохождения линзы все лучи соберутся в одной точке, называемой фокусом линзы (для рассеивающей линзы пересекаются продолжения лучей).

Фокус линзы, лежащий на главной оптической оси, называется *главным фокусом линзы F* .

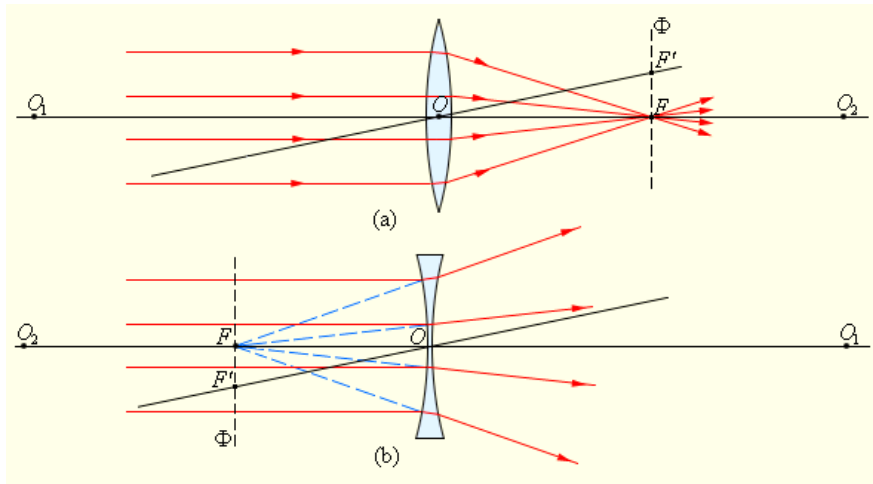


Рис. 11.7 Собирающая (а) и рассеивающая (б) линзы и основные понятия для них.

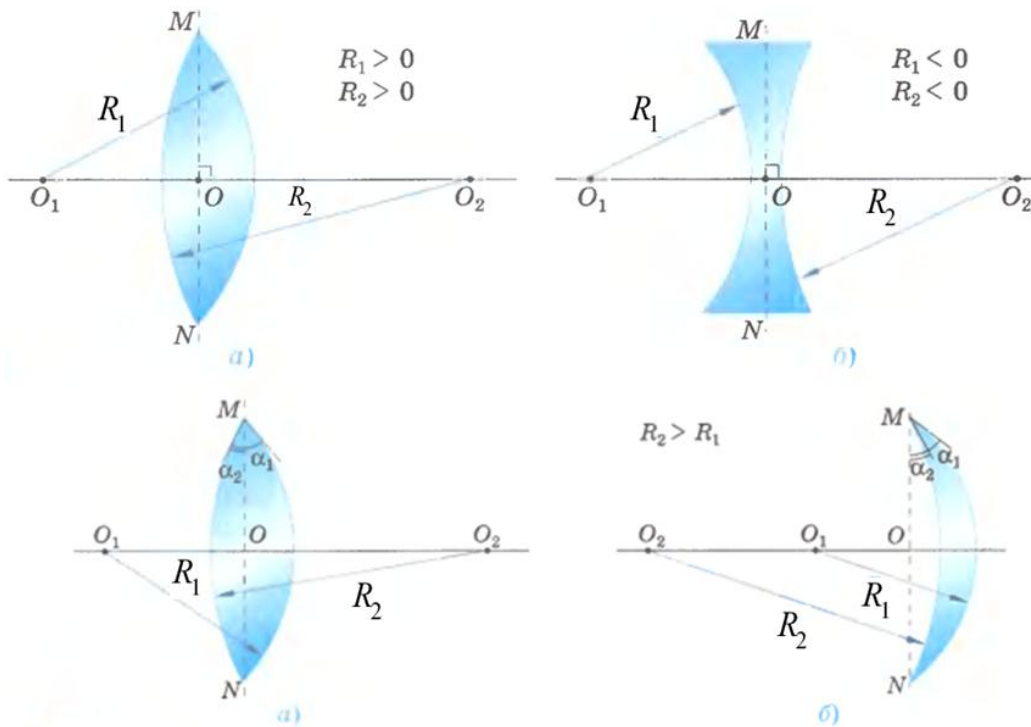


Рис. 11.8 Собирающие линзы как совокупность двух плоско-выпуклых линз:
а) двояковыпуклая линза; б) вогнуто-выпуклая линза

Фокус линзы может быть как действительным (для собирающих линз), так и мнимым (для рассеивающих линз).

Все фокусы линзы лежат в одной плоскости, перпендикулярной главной оптической оси и проходящей через главный фокус. Эта плоскость называется **фокальной плоскостью** Φ .

Расстояние F от оптического центра линзы до ее главного фокуса называется **главным фокусным расстоянием линзы**. Величина $D = 1/F$, обратная главному фокусному расстоянию, называется **оптической силой линзы**.

Фокусное расстояние сферической линзы можно найти по формуле:

$$D = \frac{1}{F} = (n_{21} - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (11.2)$$

где R_1 и R_2 - радиусы кривизны сферических поверхностей линзы; n_{21} - относительный показатель преломления материала линзы, равный отношению абсолютных показателей

преломления материала линзы n_2 и окружающей среды n_1 . При этом, если поверхность линзы выпуклая, то $R > 0$, если вогнутая, то $R < 0$, а если плоская, то $R = \infty$.

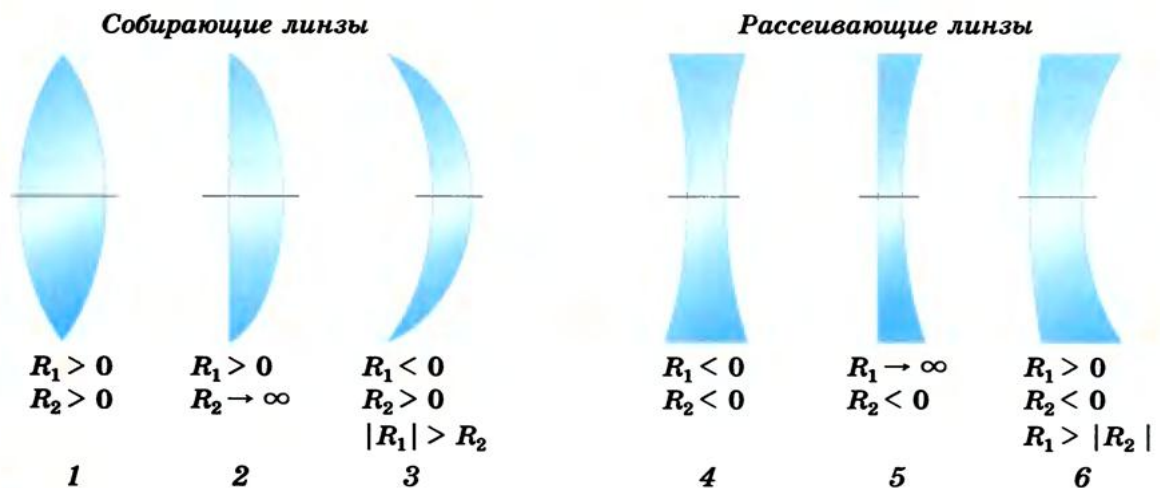


Рис. 11.9 Типы линз: двояковыпуклая 1; плоско-выпуклая 2; вогнуто-выпуклая 3; двояковогнутая 4; плоско-вогнутая 5; выпукло-вогнутая 6

Линза, у которой фокусное расстояние положительно, называется **собирающей**, линза с отрицательным фокусным расстоянием называется **рассеивающей**.

Таким образом, при $n_2 > 1$, если обе поверхности линзы выпуклые, то $F > 0$ (линза собирающая (рис. 11.7 (a)), если поверхности вогнутые, то $F < 0$ (линза рассеивающая (рис. 11.7 (b))).

Каждая линза имеет два главных фокуса, находящихся на одинаковом расстоянии от центра линзы. Фокус, располагающийся в пространстве, в котором находится источник света, называют **передним фокусом** линзы, а фокус в пространстве с изображением источника света – **задним фокусом**. В случае собирающей линзы лучи от бесконечно удаленного источника будут собираться в заднем фокусе (изображение действительное), а в случае рассеивающей линзы в переднем фокусе будут собираться продолжения лучей (изображение мнимое)

Источник света можно представить как совокупность светящихся точек, каждая из которых является вершиной расходящегося пучка лучей, называемого **гомоцентрическим**, т.е. имеющим общий центр. Если свет от точечного источника после прохождения оптической системы вновь собирается в одной точке, то эту точку называют **точечным** или **стигматическим изображением источника**. Две точки (источник и его изображение) называются **сопряженными точками** данной оптической системы. Вследствие обратимости хода световых лучей источник и его изображение можно поменять местами. Изображение называется **действительным**, если лучи действительно пересекаются в точке. Если пересекаются не сами лучи, а их продолжения, проведенные в направлении, противоположном направлению распространения света, то такое изображение называют **мнимым**. Аналогично действительным и мнимым может быть и точечный источник света.

В рамках геометрической оптики ограничиваются, как правило, рассмотрением центрированных систем и параксиальных лучей. Система называется **центрированной**, если центры кривизны всех сферических поверхностей расположены на одной прямой, т.е. главные оптические оси всех линз совпадают. **Параксиальными** называются лучи, образующие малые углы с главной оптической осью и нормальными к преломляющим поверхностям системы. Для идеальных центрированных систем показано, что любой источник в виде *плоскости, прямой или точки* будет давать изображение также в виде соответственно *плоскости, прямой или точки*, за исключением источников в фокальной плоскости.

Для тонкой линзы справедлива следующая формула, называемая **формулой тонкой линзы**:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}, \quad (11.3)$$

где F - фокусное расстояние линзы, a - расстояние от источника до линзы, b - расстояние от линзы до изображения.

Фокусным расстояниям линз принято приписывать определенные знаки: для собирающей линзы $F > 0$, для рассеивающей $F < 0$. Величины a и b также подчиняются определенному правилу знаков: $a > 0$ и $b > 0$ – для действительных предметов (то есть реальных источников света, а не продолжений лучей, сходящихся за линзой) и изображений; $a < 0$ и $b < 0$ – для мнимых источников и изображений.

Основное свойство линз – способность давать изображения предметов. Положение изображения и его характер можно определить с помощью геометрических построений. Полное изображение линейного предмета в линзе находится путём построения изображения его крайних точек. Для этого используют свойства некоторых стандартных лучей, ход которых известен. Это лучи, проходящие через оптический центр или один из фокусов линзы, а также лучи, параллельные главной или одной из побочных оптических осей. При построении изображения с помощью указанных лучей необходимо руководствоваться следующими правилами:

- 1) луч, идущий через оптический центр линзы в любом направлении, не испытывает преломления и пройдет без изменения направления,
- 2) луч, проходящий через передний (задний) фокус собирающей (рассеивающей) линзы, пойдет параллельно главной оптической оси,
- 3) луч, параллельный главной оптической оси, после преломления в собирающей (рассеивающей) линзе пройдет через ее задний (передний) фокус.
- 4) луч, параллельный какой-либо оптической оси собирающей (рассеивающей) линзы, пройдет через точку пересечения этой оси с задней (передней) фокальной плоскостью.

Примеры построения изображений в собирающей и рассеивающей линзах приведены на рис. 11.10 и 11.11.

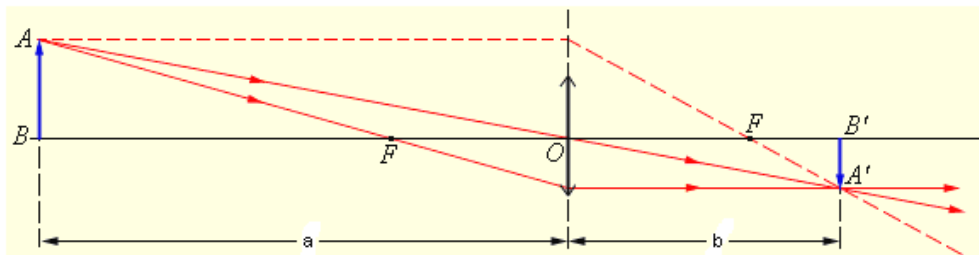


Рис. 11.10. Построение изображения в собирающей линзе.

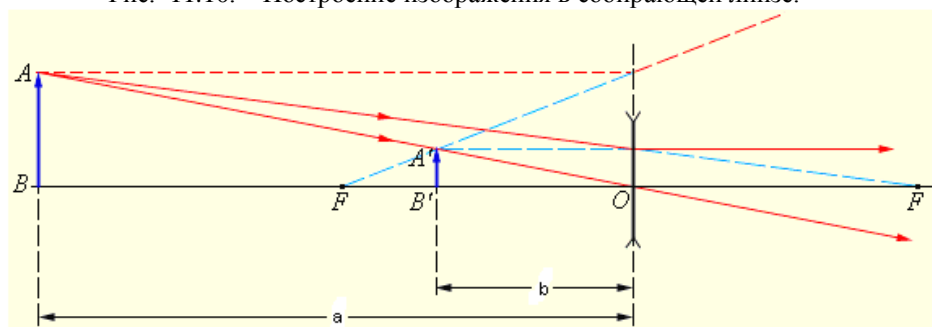


Рис. 11.11. Построение изображения в рассеивающей линзе.

Следует обратить внимание на то, что некоторые из стандартных лучей, использованных на рис. 11.10 и 11.11 для построения изображений, не проходят через линзу. Эти лучи реально не участвуют в образовании изображения, но они могут быть использованы для построений.

В общем случае изображение предмета, получаемое с помощью линзы, в зависимости от его положения по отношению к линзе может быть:

1. действительным (если после преломления пересекаются сами лучи) или мнимым (если после преломления пересекаются их продолжения),
2. увеличенным, уменьшенным или равным самому себе,
3. прямым или перевернутым.

Характеристики изображений и их положения в зависимости от положения предмета для собирающей и рассеивающих линз отражены в таблице.

Таблица 11.1

Характеристика изображения и его положение в зависимости от положения предмета.

Положение предмета, a	Положение изображения, b	Характеристика изображения
собирающие линзы		
$a > 2F$	$F < b < 2F$	Обратное, действительное, уменьшенное
$a = 2F$	$b = 2F$	Обратное, действительное, равное
$F < a < 2F$	$b > F$	Обратное, действительное, увеличенное
$a = F$	$b \gg 0$	Изображение находится в бесконечности
$a < F$	$b < 0$	Прямое, увеличенное, мнимое
рассеивающие линзы		
$a > 2F$	$b < 0$	Прямое, уменьшенное, мнимое
$F < a < 2F$	$b < 0$	Прямое, уменьшенное, мнимое

Отношение линейных размеров h' изображения к линейным размерам h предмета называется линейным увеличением линзы.

$$N = \frac{h'}{h} = \frac{b}{a}. \quad (11.4)$$

§ 11.3 Аберрации линз

Линзы обладают рядом недостатков, не позволяющих получать высококачественные изображения. Искажения, возникающие при формировании изображения, называются **абберациями**. Главные из них – **сферическая** и **хроматическая абберации**.

Сферическая абберация проявляется в том, что монохроматические лучи по-разному преломляются в линзе (то есть имеют разный фокус), в зависимости от их расстояния от оптической оси линзы (рис. 11.12). Это приводит к тому, что центральная часть изображения оказывается наиболее резкой, а периферийные участки размытыми. Этот дефект изображения связан с тем, что форма преломляющих поверхностей линзы не обеспечивает фокусировку всех лучей светового пучка, падающего на линзу. В случае параллельного пучка лучи, близкие к оси, проходят через фокус, внешние лучи пересекаются ближе к линзе. В результате изображение предмета получается нечётким. Эффект сферической абберации можно устранить, если использовать только центральную область линзы. Для этого в оптических приборах применяют диафрагмы.

Хроматическая абберация проявляется в том, что световые лучи разных цветов, находящихся на одинаковом расстоянии от оптической оси линзы, преломляются по-разному (то есть имеют разный фокус). Это явление возникает вследствие **дисперсии среды** (то есть зависимости показателя преломления среды от частоты световой волны). Когда преломляется белый свет, то фокусные расстояния линзы различны для света различных цветов. Наименьшее фокусное расстояние у фиолетовых лучей, наибольшее – у красных (рис. 11.12), поэтому изображение становится нечетким и окрашенным.

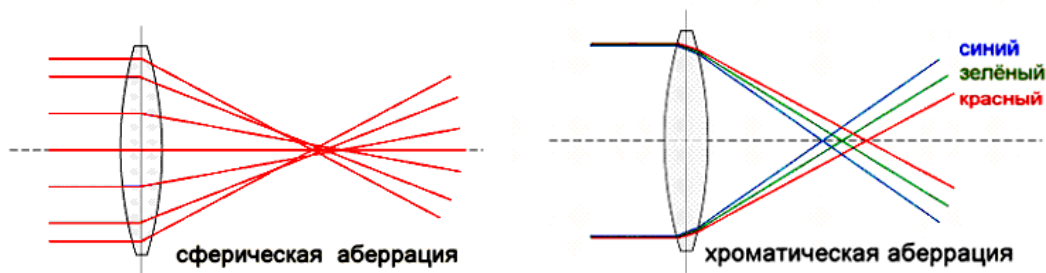


Рис. 11.12 сферическая и хроматическая абберации линзы

Существует также **коматическая абберация** (или кома), **дисторсия** и **астигматизм**.

Кома – это внеосевая aberrация, связанная с наклоном лучей света, идущих от источника, к оптической оси телескопа (рис. 11.13).

При этом изображение точечного источника света имеет вид капли. Линейные размеры пятна комы пропорциональны расстоянию точечного источника от оптической оси и квадрату относительного отверстия объектива.

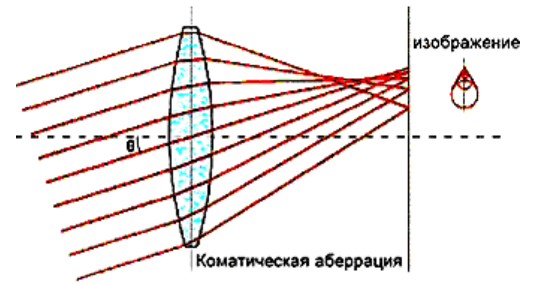


Рис. 11.13

Дисторсия выражается в том, что масштаб изображения на различном расстоянии от центра поля различен.

Изображение точечного источника света собирается в одну точку, но эта точка не совпадает с изображением источника в идеальной оптической системе.

Из-за этого изображение квадрата будет иметь вид либо подушки (положительная дисторсия), либо вид бочки (отрицательная дисторсия) (см. рис. 11.15).

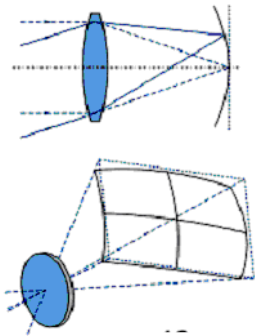


Рис. 11.14

Наконец, **астигматизм** заключается в растягивании точечного изображения в черточку. Лучи света от объекта, идущие в разных плоскостях, фокусируются не плоскости, а на некоторой искривлённой поверхности (рис. 11.14), что также искажает изображение.

Размер астигматического изображения растёт пропорционально квадрату углового расстояния точечного источника от центра оптической оси.

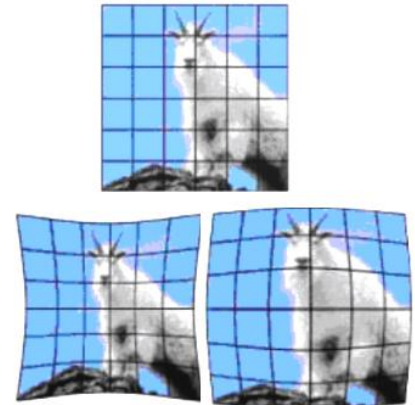


Рис. 11.15

§ 11.4 ФОТОМЕТРИЯ

Фотометрией называется раздел физической оптики, посвященный измерению электромагнитного излучения оптического диапазона.

Основной характеристикой процессов излучения, распространения и поглощения света является **поток излучения**.

Фотометрия как наука началась в 1760-х с работ Бугера и Ламберта, сформулировавших закон поглощения света (закон Бугера — Ламберта), и работы Ламберта, сформулировавшего закон диффузного отражения света (закон Ламберта).

Потоком излучения называют отношение энергии излучения ко времени, за которое оно произошло.

Отсюда следует, что поток излучения имеет размерность мощности. Как и всякая мощность, поток световой энергии выражается в ваттах (или люменах). Некоторые приемники лучистой энергии, например, термоэлементы реагируют только на количество поглощенной энергии независимо от спектрального состава излучения. Такого типа характеристики излучения называют энергетическими.

В технике широко применяются приемники, реакция которых зависит не только от энергии, приносимой светом, но и от его спектрального состава. Реакция таких приемников на два типа излучения, имеющих одинаковую энергию, но различный спектральный состав, различна. Такими селективными (избирательными) приемниками являются **фотоэлементы**, **фотопластинки** и в особенности **глаз человека**.

Точечным называется источник света, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь.

Так, например, расстояния до звезд настолько превосходят их размеры, что их можно считать точечными источниками, несмотря на их огромные размеры. Точечный источник является такой же идеализацией, как, например, материальная точка, идеальный газ и др. Принято считать, что точечный источник посылает лучи равномерно по всем направлениям. Все вопросы, связанные с определением световых величин, наиболее просто решаются в том случае, когда источник является точечным.

Основные фотометрические величины

Ламбертовской поверхностью называется поверхность, излучающая свет во все стороны изотропно (то есть одинаково).

11.4.2 Телесный угол

Для того чтобы дать понятие равномерного излучения света по всем направлениям, необходимо ввести представление о телесном угле Ω , который равен отношению площади поверхности S , вырезанной на сфере конусом с вершиной в центре этой сферы, к квадрату радиуса R этой же сферы (рис. 11.16)

$$\Omega = \frac{S}{R^2}. \quad (11.1)$$

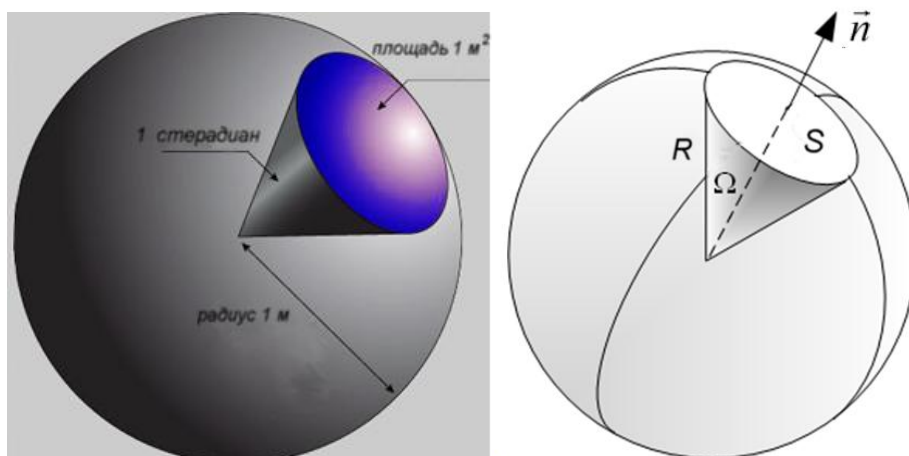


Рис. 11.16

Это отношение не зависит от радиуса, так как с ростом радиуса вырезаемая конусом поверхность увеличивается, пропорциональна квадрату радиуса. Единицей телесного угла является стерадиан (ср).

В сферических координатах элементарный телесный угол $d\Omega$ можно определить по формуле:

$$d\Omega = \frac{dS}{R^2} = 2\pi \sin \theta d\theta.$$

Стерадиан равен телесному углу с вершиной в центре сферы, вырезающему на поверхности сферы площадь в 1 м^2 , если радиус сферы равен 1 м (см. рис. 11.16).

Телесный угол, охватывающий все пространство вокруг точечного источника, равен 4π ср. Излучение считают **равномерным**, если в любые одинаковые телесные углы излучается одинаковая мощность.

11.4.3 Световой поток

Характеристики световых процессов, определяемые по действию света на глаз, по зрительному ощущению света, называют световыми величинами. Зрительное ощущение меняется количественно и качественно в зависимости от мощности лучистой энергии и ее спектрального состава. С одной стороны, это различие качественно, то есть *излучение разных длин волн вызывают различные по цвету световые ощущения*. С другой стороны, *потоки различных длин волн вызывают ощущения различной интенсивности*.

Глаз по-разному воспринимает излучение в зависимости от его длины волны, т.е. хорошо различает цвета. *Наиболее чувствителен глаз к зеленым лучам ($\lambda \approx 555\text{ нм}$)*. Поэтому важно

знать не просто количество световой энергии, регистрируемое приборами, а величину, характеризующую действие света на глаз. Такой величиной является световой поток.

Световым потоком Φ называется величина, равная энергии, которая переносится световыми волнами через определённую поверхность за единицу времени:

$$\Phi = \frac{dW}{dt} \quad (11.2)$$

Световой поток Φ характеризует мощность видимой части излучения, распространяющегося внутри данного телесного угла, оценивается по действию этого излучения на нормальный глаз.

Световой поток $d\Phi_{исп}$, излучаемый бесконечно малой площадью поверхности dS светящегося тела в единицу времени в бесконечно малый телесный угол $d\Omega$, равен:

$$d\Phi_{исп} = B \cos\theta dS d\Omega,$$

где θ - угол, отсчитываемый о нормали к поверхности в направлении телесного угла,

B - коэффициент, называемый **яркостью** и характеризующий испускательную способность поверхности тела.

11.4.4 Сила света

Силой света I называется величина, равная отношению светового потока $d\Phi$ к телесному углу $d\Omega$, в котором этот световой поток распространяется:

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega} \quad (11.3)$$

Сила света - основная световая величина, характеризующая свечение источника видимого излучения в некотором направлении.

Так как полный телесный угол равен 4π ср, то сила света точечного источника равна

$$I = \frac{\Phi}{4\pi} \quad (11.4)$$

Единицей силы света I является **кандела (кд)**. Кандела - основная единица СИ.

Кандела - сила света, испускаемого с поверхности площадью $1/600000$ м² полного излучения в перпендикулярном направлении, при температуре излучателя равной температуре затвердевания платины при давлении 101325 Па.

Как следует из (11.3),

Световым потоком Φ называется величина, равная произведению силы света источника I на телесный угол Ω , в который посылается это излучение:

$$\Phi = I\Omega \quad (11.5)$$

Единицей светового потока является **люмен (лм)**. Люмен - световой поток, испускаемый точечным источником в телесном 1 ср при силе света 1 кд.

Таблица 11.2

Сила света электрических ламп накаливания

Мощность лампы, Вт	15	25	40	60	100	150	300	500	1000
Сила света, кд	10	18	30	51	103	173	388	695	1530

11.4.5 Освещённость

Освещённостью называется величина, равная отношению светового потока $d\Phi_{пад}$, падающего на поверхность dS , к площади этой поверхности:

$$E = \frac{d\Phi_{пад}}{dS} \quad (11.6)$$

Единица освещённости - **люкс (лк)**.

Люкс - освещённость, создаваемая световым потоком 1 лм при равномерном распределении его по площади 1 м².

Законы освещенности

Как следует из опыта, освещенность поверхности зависит как от силы света источника, так и от расстояния между источником света и освещаемой поверхностью и от положения этой поверхности относительно падающих лучей света. Обычно положение поверхности S в пространстве задается положением вектора нормали n к ней (рис 11.13 а). Если положение поверхности в пространстве изменяется, то соответственно изменяется в пространстве ориентация вектора нормали. Если поверхность сферическая, то направление вектора нормали в любой точке совпадает с направлением радиус-вектора, проведенного в рассматриваемую точку.

Рассмотрим случай, когда в центре сферы радиуса R находится точечный источник света, сила света которого I . В этом случае все лучи падают на внутреннюю поверхность сферы перпендикулярно ей, т. е. угол падения лучей равен нулю. Используя формулы (11.4) и (11.6) и учитывая, что площадь сферы $S = 4\pi R$ получим **первый закон освещенности**: освещенность в каждой точке поверхности, на которую перпендикулярно ей падает свет, пропорциональна силе света источника и обратно пропорциональна квадрату расстояния от источника света до освещаемой поверхности:

$$E = \frac{I}{r^2}, \quad (11.7)$$

E - освещенность в данной точке поверхности,
 r - расстояние от источника до точки наблюдения
 I - сила света точечного источника,

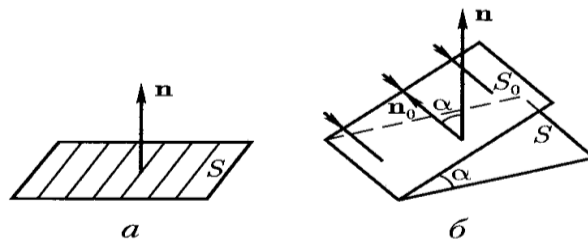


Рис. 11.17

Предположим, что поверхность S произвольным образом ориентирована в пространстве. Пусть вектор нормали к ней n и падающие световые лучи образуют угол α (рис. 11.17 б).

Рассмотрим проекцию площадки площадью S на плоскость, перпендикулярную направлению распространения световых лучей. Площадь этой проекции определится по формуле $S_0 = S \cos \alpha$, где α угол между n и n_0 ; n_0 - вектор нормали к S_0 . Как следует из рис. 11.17 б, угол между нормальными к плоскостям равен углу между плоскостями (углы со взаимно перпендикулярными сторонами). На площадку S падает световой поток $\Phi = SE$, где E - освещенность площадки S , а на площадку S_0 - световой поток $\Phi = E_0 S_0$ или $\Phi = E_0 S \cos \alpha$ где E_0 - освещенность площадки S_0 . Поскольку на площадку S и на ее проекцию S_0 падает один и тот же световой поток Φ , имеем $ES = E_0 S_0 \cos \alpha$. Отсюда следует, что

$$E = E_0 \cos \alpha. \quad (11.8)$$

Формула (11.8) выражает **второй закон освещенности**:

освещенность поверхности, создаваемая параллельными лучами, пропорциональна косинусу угла падения лучей.

Значение E_0 можно определить по формуле (11.7), так как площадка S_0 расположена перпендикулярно падающим световым лучам. Подставив (11.7) в (11.8), получим формулу, объединяющую первый и второй законы освещенности:

$$E = \frac{I}{R^2} \cos \alpha \quad (11.9)$$

где α - угол падения лучей относительно нормали к поверхности в точке наблюдения.

Освещенность - величина скалярная, поэтому в том случае, когда свет на поверхность падает от нескольких источников, освещенность в каждой точке поверхности равна арифметической сумме освещенностей, создаваемых в этой точке каждым из источников в отдельности.

Таблица 11.3

Освещённость поверхности в различных случаях	
Освещённость	E, лк
При киносъемке в павильоне	10 000
На рабочем месте для точных работ	200
На рабочем месте для грубых работ	30
Для чтения	75 – 100
На экране кинотеатра	20 – 80
В коридоре и на лестничной клетке	15
На улице и площади	4

11.4.6 Светимость

Протяженный источник света можно охарактеризовать светимостью L различных его участков, под которой понимается световой поток, испускаемый единицей площади наружу по всем направлениям (в пределах значений θ от 0 до $\frac{\pi}{2}$; θ - угол, образуемый данным направлением с внешней нормалью к поверхности):

$$L = \frac{d\Phi_{\text{исп}}}{dS} \quad (11.10)$$

($d\Phi_{\text{исп}}$ - поток, испускаемый наружу по всем направлениям элементом поверхности dS источника).

Светимость может возникнуть за счет отражения поверхностью падающего на нее света. Тогда под $d\Phi_{\text{исп}}$ в формуле (11.10) следует понимать поток, отраженный элементом поверхности dS по всем направлениям. Единицей светимости является люмен на квадратный метр ($\text{лм}/\text{м}^2$).

11.4.7 Яркость

Светимость характеризует излучение (или отражение) света данным местом поверхности по всем направлениям. Для характеристики излучения (отражения) света в заданном направлении служит величина, называемая яркостью B .

Яркостью B излучаемой поверхности dS под углом θ называется величина, равная отношению силы света I элементарной поверхности dS , излучаемой в данном направлении, к площади проекции излучающей поверхности на плоскость, перпендикулярную данному направлению (см. рис. 11.18):

$$B = \frac{I}{S_{\perp}} = \frac{d\Phi}{d\Omega dS \cos \theta}.$$

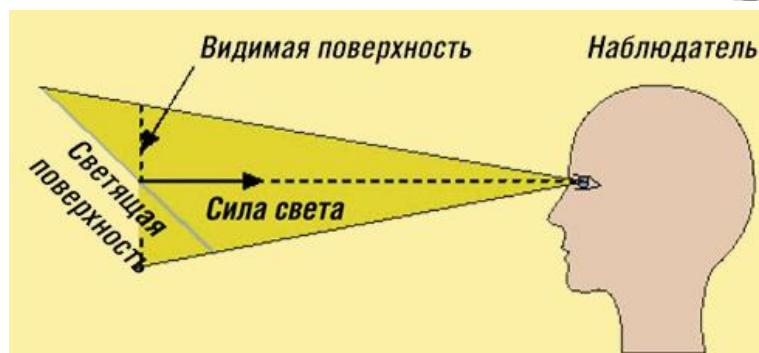
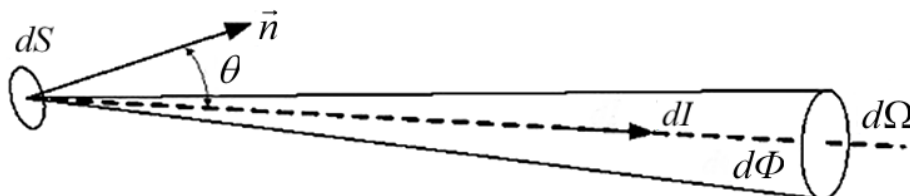


Рис. 11.18

Направление можно задать полярным углом θ (отсчитываемым от внешней нормали n к излучающей площадке dS) и азимутальным углом φ .

Рассмотрим элементарный телесный угол $d\Omega$, опирающийся на светящуюся площадку dS и Ориентированный в направлении (θ, φ) . Сила света площадки ΔS в данном направлении равна $I = d\Phi/d\Omega$, где $d\Phi$ - световой поток, распространяющийся в пределах угла $d\Omega$. Проекцией dS на плоскость, перпендикулярную к направлению (θ, φ) , будет $dS \cos \theta$. Следовательно, яркость равна

$$B = \frac{d\Phi}{d\Omega dS \cos \theta} \quad (11.11)$$

в общем случае яркость различна для разных направлений, то есть $B = B(\theta, \varphi)$. Как и светимость, яркость может быть использована для характеристики поверхности, отражающей падающий на неё свет.

Согласно формуле (11.11) поток, излучаемый площадкой ΔS в пределах телесного угла $d\Omega$ по направлению, определяемому θ и φ , равен

$$d\Phi = B(\theta, \varphi) d\Omega \Delta S \cos \theta \quad (11.12)$$

Источники, яркость которых одинакова по всем направлениям ($B = \text{const}$), называются **ламбертовскими** (подчиняющимися закону Ламберта) или **косинусными** (поток, посылаемый элементом поверхности такого источника, пропорционален $\cos \theta$). Строго следует закону Ламберта только абсолютно черное тело.

Светимость L и яркость B ламбертовского источника связаны простым соотношением. Чтобы найти его, подставим в (11.12) $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$ и проинтегрируем полученное выражение по φ в пределах от 0 до 2π и по θ от 0 до $\pi/2$, учтя, что $B = \text{const}$. В результате мы найдем полный световой поток, испускаемый элементом поверхности ΔS ламбертовского источника наружу по всем направлениям:

$$\Delta\Phi_{\text{исп}} = B\Delta S \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} \sin \theta \cos \theta d\theta = \pi B\Delta S$$

Разделив этот поток на ΔS , получим светимость. Таким образом, для ламбертовского источника

$$L = \pi B. \quad (11.14)$$

Единицей яркости служит **кандела на квадратный метр** ($\text{кд}/\text{м}^2$). Яркостью $1 \text{кд}/\text{м}^2$ обладает равномерно светящаяся плоская поверхность в направлении нормали к ней, если в этом направлении сила света одного квадратного метра поверхности равна одной канделе.

§ 11.5 Фотометрические приборы (фотометры)

Фотометры - это приборы измерения каких-либо фотометрических величин (чаще всего для сравнения силы света).

При использовании фотометра осуществляют определённое пространственное ограничение потока излучения и регистрацию его приёмником излучения с заданной спектральной чувствительностью.

Существуют фотометры, приспособленные для непосредственного измерения освещенности (рис.11.19). Такие фотометры называются **люксметрами**. Примером люксметра может служить фотоэкспонетр, применяемый при кино- и фотосъемках. Создание достаточной освещенности рабочего места позволяет сохранять зрение и предотвращать переутомление глаз. Несоблюдение светового



Рис. 11.19

режима ведет, прежде всего, к близорукости и преждевременному снижению остроты зрения. Так же отрицательно влияет и слишком сильный свет. Для разного вида работ установлены оптимальные нормы освещенности, соблюдение которых должно строго контролироваться.

Яркость объекта измеряют **яркометрами**, световой поток и световую энергию — с помощью **фотометра интегрирующего**. Приборы для измерения цвета объекта называют **колориметрами**.

Вопросы для самопроверки

1. Законы геометрической оптики. Принцип Ферма. Обратимость световых лучей. Явление полного внутреннего отражения.
2. Линза и её характеристики. Виды линз. Аберрации линз.
3. Фотометрия. Основные фотометрические величины: сила света, освещенность, светимость, яркость.
4. Фотометрические приборы.

§ 11.6 Примеры решения задач

Пример 11.1 На стеклянную призму с преломляющим углом $\theta = 50^\circ$ падает под углом $\varepsilon = 30^\circ$ луч света. Определить угол отклонения σ луча призмой, если показатель преломления n стекла равен 1,56.

Решение:

Данную задачу целесообразно решать не в общем виде, как принято, а последовательно, производя все промежуточные вычисления. В этом случае мы несколько проигрываем в точности расчетов, но выигрываем в наглядности и простоте вычислений.

Из рис. 1 видно, что угол отклонения

$$\sigma = \gamma + \gamma', \quad (1)$$

углы γ и γ' просто выражаются через углы ε_1 , ε_1' , ε_2' , ε_2 , которые последовательно и будем вычислять:

1) из закона преломления $n = \frac{\sin \varepsilon_1}{\sin \varepsilon_2'}$ имеем

$$i_2 = \arcsin\left(\frac{\sin \varepsilon_1}{n}\right) = 18,7^\circ;$$

2) из рис. 1, следует, что угол падения ε_2 на вторую грань призмы равен

$$\varepsilon_2 = \theta - \varepsilon_2' = 31,3^\circ.$$

Угол ε_2 меньше предельного $\varepsilon_{2\text{пред}} = \arcsin \frac{1}{n} = 39,9^\circ$, потому на второй грани луч преломится и выйдет из призмы;

3) так как $\frac{\sin \varepsilon_2}{\sin \varepsilon_1'} = \frac{1}{n}$, то $\varepsilon_1' = \arcsin(n \sin \varepsilon_2) = 54,1^\circ$.

Теперь найдем углы γ и γ' :

$$\gamma = \varepsilon_1 - \varepsilon_2' = 11,3^\circ \text{ и}$$

$$\gamma' = \varepsilon_1' - \varepsilon_2 = 22,8^\circ.$$

Окончательно по формуле (1) находим $\sigma = \gamma + \gamma' = 34,1^\circ$.

Ответ: $\sigma = \gamma + \gamma' = 34,1^\circ$

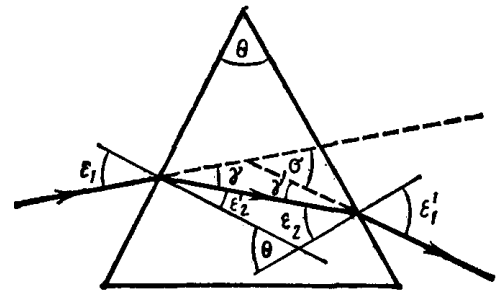


Рис. 1

Задача 11.2 Светильник из молочного стекла имеет форму шара. Он подвешен на высоте $h = 1$ м над центром круглого стола диаметром 2 м. Сила света 50 кд. Определить световой поток лампы, освещенность в центре и на краю стола.

Решение:

Световой поток, излучаемый источником света силой I , равен:

$$\Phi = 4\pi I$$

Освещенность в центре стола

$$E_1 = \frac{I}{h^2}$$

Освещенность на краю стола

$$E_2 = \frac{I}{r^2} \cos \alpha$$

где $r = \sqrt{h^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}$, $\cos \alpha = \frac{h}{r}$. Поэтому $E_2 = \frac{Ih}{\left[h^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}$.

$$\Phi = 12,56 \cdot 50 = 628 \text{ лм}; \quad E_1 = \frac{50_{\text{кд}}}{1\text{м}^2} = 50 \text{ лк};$$

$$E_2 = \frac{50_{\text{кд}} \cdot 1\text{м}}{\left[1\text{м}^2 + \frac{4}{4}\text{м}^2\right]^{\frac{3}{2}}} = 17,7 \text{ лк}.$$

Ответ: $E_2 = 17,7 \text{ лк}$.

Задача 11.3 Большой чертеж фотографируют сначала целиком, затем отдельные его детали в натуральную величину. Во сколько раз надо увеличить время экспозиции при фотографировании деталей?

Решение:

При фотографировании всего чертежа, размеры которого гораздо более фотопластинки, изображение получается приблизительно в главном фокусе объектива. При фотографировании деталей изображения в натуральную величину получается при помещении предмета на двойном фокусном расстоянии от объектива (на таком же расстоянии получается и изображение на фотопластинке). Площадь изображения при этом увеличится в $\left(\frac{2F}{F}\right)^2 = 4$ раза.

Во столько же раз уменьшится освещенность фотопластинки; следовательно, экспозицию надо увеличить в 4 раза.

Ответ: $n = 4$

Задача 11.4 Идеально матовая поверхность с коэффициентом отражения $k = 0,9$ имеет освещенность $E = 30$ лк. Определить ее яркость.

Решение:

От поверхности диффузно отражается световой поток. $\Phi = kES$. Если яркость не зависит от направления ($I_\alpha = I_0 \cos \alpha$), то $\Phi = \pi BS$, откуда $B = \frac{kE}{\pi}$; $B = 8,59 \text{ кд/м}^2$.

Ответ: $B = 8,59 \text{ кд/м}^2$.

Задача 11.5 В центре квадратной комнаты площадью 25 м^2 висит лампа. Считая лампу точечным источником света, найти, на какой высоте от пола должна находиться лампа, чтобы освещенность в углах комнаты была наибольшей.

Решение:

Освещенность в углах комнаты.

$$E = \frac{I}{R^2} \cos \alpha \quad (1)$$

Расстояние от лампы до угла комнаты R , величина a (половина диагонали квадратного пола комнаты), сторона квадратного пола b и высота лампы над полом h связаны очевидным равенством

$$a = R \sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{2}} = h \operatorname{tg} \alpha. \quad (2)$$

На основании (2) выражения для освещенности может быть написано так:

$E = \frac{I}{a^2} (2 \cos \alpha \sin^2 \alpha)$. Для нахождения максимума E возьмем производную $\frac{dE}{d\alpha}$ и приравняем ее нулю:

$$\frac{dE}{d\alpha} = \frac{I}{a^2} (2 \cos^2 \alpha \sin \alpha - \sin^3 \alpha) = 0,$$

отсюда $\operatorname{tg}^2 \alpha = 2$. Тогда искомая высота h будет равна: $h = \frac{a}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{b}{\sqrt{2}} \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{b}{2} = 2,5 \text{ м}$.

Ответ: $h = 2,5 \text{ м}$

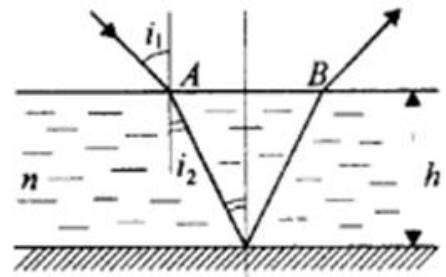
Задача 11.12 На горизонтальном дне бассейна глубиной 150 см лежит плоское зеркало. Луч света входит в воду под углом $i_1 = 45^\circ$. Определите расстояние S от места вхождения луча в воду до места выхода его на поверхность воды после отражения от зеркала. Показатель преломления воды $n = 1.33$.

Из рисунка $S = AB = 2h \operatorname{tg} i_2$

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n \quad \sin i_2 = \frac{\sin i_1}{n} \quad \operatorname{tg} i_2 = \frac{\sin i_2}{\cos i_2} = \frac{\sin i_1}{n \sqrt{1 - \frac{\sin^2 i_1}{n^2}}}$$

$$S = \frac{2h \sin i_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}}$$

$$S = \frac{2 \cdot 1.5 \cdot \sin 45^\circ}{\sqrt{1 - \sin^2 45^\circ}} = 1.88 \text{ м}$$



Ответ: $S = 1.88 \text{ м}$

Задача 11.7 Луч света выходит из стекла в вакуум. Предельный угол полного внутреннего отражения равен 42° . Определите скорость света в стекле.

Решение:

$$\sin i_{np} = \frac{1}{n}, \quad v = \frac{c}{n} = c \sin i_{np}.$$

Следовательно,

$$v = 3 \cdot 10^8 \sin 42^\circ = 201 \frac{\text{Мм}}{\text{с}}$$

Ответ: $v = 201 \frac{\text{Мм}}{\text{с}}$.

Задача 11.8 Тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $f = 15\text{см}$ и диаметром $D = 5\text{см}$ дает изображение Солнца на экране, расположенном нормально к солнечным лучам. Пренебрегая потерями света в линзе, найти среднюю освещенность изображения, если яркость Солнца $B_c = 1,5 \cdot 10^9 \text{кд/м}^2$.

Решение:

Среднюю освещенность E_{cp} определим из соотношения;

$$E_{cp} = \Phi/S, \quad (1)$$

где Φ – световой поток, создающий на экране изображение Солнца, S – площадь изображения. Поскольку изображения создается теми же лучами, которые сначала упали на линзу, то можно искать Φ как световой поток, падающий на поверхности линзы S_l . Поэтому

$$\Phi = ES_l = E\pi D^2/4, \quad (2)$$

где E – освещенность поверхности линзы солнечными лучами. Выразим ее через данную в условии яркость Солнца, воспользовавшись законом освещенности и соотношением (11):

$$E = \frac{I}{R^2} = \frac{\pi r_c^2 B_c}{R^2}, \quad (3)$$

где r_c – радиус Солнца, πr_c^2 – площадь видимой его поверхности (площадь круга а не полусферы!), R – расстояние от Земли до Солнца. Учитывая, что угловые (видимые) размеры солнца очень малы можно принять $r_c/R = \alpha$. Тогда, подставив значение E , определяемое по (3), в формулу (2), получим

$$\Phi = \pi^2 \alpha^2 B_c D^2 / 4. \quad (4)$$

Чтобы вычислить площадь S изображение Солнца, учтем, что оно будет лежать в фокальной плоскости линзы. Поэтому

$$S = \pi r^2 = \pi (f\alpha)^2. \quad (5)$$

Теперь по формуле (1) с учетом (4) и (5) имеем

$$E_{cp} = \frac{\pi}{4} B_c \left(\frac{D}{f} \right)^2. \quad (6)$$

Подставив числовые значения величин и выполнив вычисление, найдем $E_{cp} = 1,3 \cdot 10^8 \text{лк}$.

Ответ: $E_{cp} = 1,3 \cdot 10^8 \text{лк}$.

Задача 11.10 Постройте изображение произвольной точки S , которая лежит на главной оптической оси собирающей линзы

Решение:



Задача 11.13 Необходимо изготовить плосковыпуклую линзу с оптической силой 4 дптр. Определите радиус кривизны выпуклой поверхности линзы, если показатель преломления материала линзы равен 1.6

Решение:

$$\Phi = \frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$R_1 = \infty$, $R_2 = R$, следовательно, $\Phi = (n-1) \frac{1}{R}$. Окончательно имеем: $R = \frac{n-1}{\Phi}$.

$$R = \frac{1.6-1}{4} = 0.15 \text{ м.}$$

Ответ: $R = 0.15 \text{ м}$

Задачи для самостоятельной работы

Задача 11.1 Двояковыпуклая линза имеет одинаковые радиусы кривизны поверхностей. При каком радиусе кривизны R поверхностей линзы главное фокусное расстояние f ее будет равно 20 см? **Ответ:** $R = 7.5 \text{ см}$

Задача 11.2 Из стекла требуется изготовить плосковыпуклую линзу, оптическая сила Φ которой равна 5 дптр. Определить радиус R кривизны выпуклой поверхности линзы.

Ответ: $R = 10 \text{ см}$

Задача 11.3 Главное фокусное расстояние f собирающей линзы в воздухе равно 10 см. Определить, чему оно равно в воде с показателем преломления 1.33. **Ответ:** $F = 39 \text{ см}$

Задача 11.4 Луч лазера с длиной волны 600 нм достигает экрана за 0.02 мкс. Сколько длин волн укладывается на пути света от лазера до экрана? В ответе записать десятичный логарифм полученного числа. **Ответ:** $N = \lg 10^7$, следовательно, $N = 7$.

Задача 11.5 На расстоянии 410 см от экрана находится точечный источник света. Найти площадь тени от непрозрачного квадрата со стороной 10 см, параллельного экрану. Центр квадрата находится на расстоянии 205 см от источника света и экрана. **Ответ:** $S = 0.04 \text{ м}^2$

Задача 11.6 На тонкую линзу падает луч света. Найти построением ход луча после преломления его линзой: а) собирающей (рис. 28.7, а); б) рассеивающей (рис. 28,7 б). На рисунке: О — оптический центр линзы; F — главный фокус.

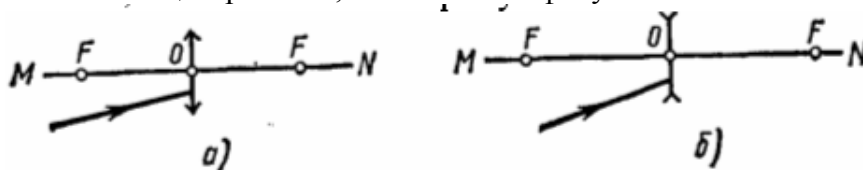


Рис. 28.7

Задача 11.7 Лупа, представляющая собой двояковыпуклую линзу, изготовлена из стекла с показателем преломления $n=1.6$. Радиусы кривизны R поверхностей линзы одинаковы и равны 12 см. Определить увеличение Γ лупы. **Ответ:** $\Gamma = 2.5$

Задача 11.8 Определить силу света I точечного источника, полный световой поток Φ которого равен 1 лм. **Ответ:** $I = 0.08 \text{ кд}$

Задача 11.9 На высоте 300 см над землей и на расстоянии 4 м от стены висит лампа силой света $I=100 \text{ кд}$. Определить освещенность E_1 стены и E_2 горизонтальной поверхности земли у линии их пересечения. **Ответ:** $E_1 = 3.2 \text{ лк}$; $E_2 = 2.4 \text{ лк}$

Задача 11.10 Над центром круглой площадки висит лампа. Освещенность E_1 в центре площадки равна 40 лк, E_2 на краю площадки равна 5 лк. Под каким углом в падают лучи на край площадки? **Ответ:** $\varphi = 60^\circ$