

**Пример оформления**

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 0-1:

**Обработка результатов физического эксперимента на примере определения ускорения свободного падения с помощью математического маятника.**

Студент \_\_\_\_\_

группа \_\_\_\_\_

Допуск \_\_\_\_\_ Выполнение \_\_\_\_\_ Защита \_\_\_\_\_

**Цель работы:** получение и закрепление навыков обработки результатов прямых, косвенных и совместных измерений.**Приборы и материалы:** математический маятник, измерительная линейка, секундомер.**Упражнение 1. Порядок обработки прямых измерений. Определение периода колебаний математического маятника.**

Таблица 1

$N_{\text{изм}}$	1	2	3	4	5	$\Sigma$
$T_i$						
$T_i - \langle T \rangle$						
$(T_i - \langle T \rangle)^2$						

1. Среднее значение периода колебаний математического маятника:  $\langle T \rangle = \frac{T_1 + T_2 + \dots + T_5}{5}$ .

Проверим размерность:  $[\langle T \rangle] =$

Рассчитаем среднее значение периода колебаний:  $\langle T \rangle =$

2. Проверим размерность, проведём соответствующие вычисления и заполним таблицу 1:

$$[T_i - \langle T \rangle] =$$

$$T_1 - \langle T \rangle =$$

$$[(T_i - \langle T \rangle)^2] =$$

$$(T_1 - \langle T \rangle)^2 =$$

3. Найдём дисперсию среднего значения периода колебаний маятника

$$S_{\langle T \rangle}^2 = \frac{(T_1 - \langle T \rangle)^2 + (T_2 - \langle T \rangle)^2 + \dots + (T_5 - \langle T \rangle)^2}{5 \cdot 4}$$

$$[S_{\langle T \rangle}^2] =$$

$$S_{\langle T \rangle}^2 =$$

4. Найдём среднеквадратичное отклонение среднего значения по формуле  $S_{\langle T \rangle} = \sqrt{S_{\langle T \rangle}^2}$ ,

$$[S_{\langle T \rangle}] =$$

$$S_{\langle T \rangle} = \sqrt{S_{\langle T \rangle}^2} =$$

5. Результат измерения периода колебаний запишем в виде:  $T = \langle T \rangle \pm t_{p,k} S_{\langle T \rangle}$

где для вероятности  $p = 0.95$  и числа степеней свободы  $k = n - 1 = 4$ , значение параметра Стьюдента

$$t_{p,k} = 2.8$$

Ответ:  $T =$

**Вывод :**

## Упражнение 2. Обработка результатов косвенных измерений. Определение ускорения свободного падения

Таблица 2

$N_{изм}$	$T_i,$	$S_T,$	$l,$	$S_l,$	$\langle g \rangle,$	$S_g,$
1						
2						
3						
4						
5						
$\Sigma$						

1. По формуле  $\langle g \rangle = \frac{4\pi^2 l}{\langle T^2 \rangle}$  вычислим среднее значение ускорения.

Проверим размерность:  $[\langle g \rangle] =$

Подставим значения:  $\langle g \rangle =$

2. Определим дисперсию ускорения свободного падения по формуле:

$$S_g^2 = \left( \frac{4\pi^2}{\langle T \rangle^2} \right)^2 S_l^2 + \left( \frac{-8\pi^2 l}{\langle T \rangle^3} \right)^2 S_T^2 + \left( \frac{8\pi l}{\langle T \rangle^2} \right)^2 S_\pi^2;$$

Проверим размерность:  $[S_g^2] =$

В качестве погрешности в определении длины нити математического маятника  $S_l$  возьмём квадрат приборной погрешности (**в качестве приборной погрешности принимается величина, равная половине цены деления шкалы прибора**).

$S_l =$

В качестве погрешности  $S_\pi$  числа  $\pi$  возьмём табличную погрешность (**в качестве табличной погрешности принимается величина, равная половине единицы последнего разряда округлённой табличной величины**).

$$S_\pi =$$

Величину  $S_T^2$  рассчитаем по формуле  $S_T^2 = \frac{\sum (T_i - \langle T \rangle)^2}{n-1}$ , где  $n$  – число измерений.

Проверим размерность:  $[S_T^2] =$

$$S_{\langle T \rangle}^2 =$$

Вычислим дисперсию ускорения свободного падения:

$$S_g^2 =$$

3. Найдём среднеквадратичное отклонение ускорения:  $S_g = \sqrt{S_g^2}$ .

Проверим размерность:  $[S_g] =$

$$S_g =$$

4. Результат измерения ускорения запишем в виде:  $g = \langle g \rangle \pm S_g$ ;  $g =$

Относительная погрешность нашего эксперимента составляет:

$$\varepsilon = \frac{|g_{практика} - g_{теория}|}{g_{теория}} \cdot 100\% =$$

**Вывод:**

**Упражнение 3. Порядок обработки совместных измерений. Определение ускорения свободного падения**

Период колебаний математического маятника вычисляется по формуле  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ .

Для того, чтобы воспользоваться методом обработки совместных измерений для зависимости  $y = A \cdot x$  введём следующие

обозначения:  $y = T$ ;  $x = \sqrt{l}$ ;  $A = \frac{2\pi}{\sqrt{g}}$ .

Таким образом, зная экспериментальную зависимость  $T = A\sqrt{l}$ , можем вычислить коэффициент  $A$ . Затем из соотношения

$$g = \frac{4\pi^2}{A^2}$$

определим ускорение свободного падения.

Таблица 3

1	2	3	4	5	6	7	8
	$l_i$	$T_i$	$x_i$	$y_i$	$x_i y_i$	$x_i^2$	$(y_i - Ax_i)^2$
1							
2							
3							
4							
5							
$\Sigma$							

1. Проведём соответствующие вычисления и заполним графы 6 и 7 таблицы 3.

Проверим размерность:  $[xy] =$

$$x_1 y_1 =$$

Проверим размерность:  $[x^2] =$

$$x_1^2 =$$

2. По формуле  $A = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$  вычислим значение параметра  $A$ .

3. Проверим размерность:  $[A] =$

$$A =$$

4. Проведём соответствующие расчеты и заполним графу 8 таблицы 3.

Проверим размерность:  $[y - Ax] =$

$$y_1 - Ax_1 =$$

Проверим размерность:  $[(y - Ax)^2] =$

$$(y_1 - Ax_1)^2 =$$

5. По формуле  $S_A^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \cdot \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - Ax_i)^2}{n - 1}$  вычислим дисперсию параметра  $A$ .

Проверим размерность:  $[S_A^2] =$

$$S_A^2 =$$

6. По формуле  $\langle g \rangle = \frac{4\pi^2}{A^2}$  вычислим среднее значение ускорения свободного падения.

Проверим размерность:  $[\langle g \rangle] =$   
 $\langle g \rangle =$

7. По формуле  $S_g^2 = \left(\frac{8\pi}{A^2}\right)^2 S_\pi^2 + \left(-\frac{8\pi^2}{A^3}\right)^2 S_A^2$  вычислим среднеквадратичное отклонение среднего значения ускорения свободного падения.

Проверим размерность:

$[S_g^2] =$   
 $S_g^2 =$

8. Окончательный результат запишем в виде  $g = \langle g \rangle \pm S_g$ .  $g =$

9. Для проверки соответствия зависимости  $y = A \cdot x$  экспериментальным данным применим  $F$ -критерий (критерий Фишера). Для этого вычислим следующее соотношение

$$F = \frac{S_{a\partial}^2}{S_{on}^2},$$

где  $S_{on}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \langle y \rangle)^2}{n-1}$  - дисперсия опыта с числом степеней свободы равным  $n-1$ , где  $n$  - число прямых измерений

величины  $y_i = T_i$ . Значения  $T_i$  возьмём из первого упражнения ( $n=5$ ), а  $S_{a\partial}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - Ax_i)^2}{n-1}$  - дисперсия адекватности, где  $n$  - число измерений.

Проверим размерность:  $[S_{on}^2] =$   
 $S_{on}^2 =$

Проверим размерность:  $[S_{a\partial}^2] =$   
 $S_{a\partial}^2 =$

$F =$

Проверим двухстороннее неравенство  $\frac{1}{F_{табл}^{(d-1),(n-m)}} \leq \frac{S_{a\partial}^2}{S_{on}^2} \leq F_{табл}^{(n-m),(d-1)}$ , где  $F_{табл}^{(n-m),(d-1)} = 6.59$

$\frac{S_{a\partial}^2}{S_{on}^2} =$

10. Вывод:

11. В координатах  $XOY$  построим график зависимости  $y = Ax$ , там же нанесём звездочками экспериментальные данные  $(x_i, y_i)$  (в качестве  $y$  возьмём  $T$ , а в качестве  $x$  возьмём  $\sqrt{l}$ ).

## Пример полного оформления лабораторной работы

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 0-1:

#### Обработка результатов физического эксперимента на примере определения ускорения свободного падения с помощью математического маятника.

Студент Иванов Андрей группа ТМ -12

Допуск \_\_\_\_\_ Выполнение \_\_\_\_\_ Защита \_\_\_\_\_

**Цель работы:** получение и закрепление навыков обработки результатов прямых, косвенных и совместных измерений.

**Приборы и материалы:** математический маятник, измерительная линейка, секундомер.

#### Упражнение 1. Порядок обработки прямых измерений. Определение периода колебаний математического маятника.

Таблица 1

N <sub>изм</sub>	1	2	3	4	5	Σ
$T_i, c$	1.79	1.84	1.75	1.82	1.78	8.98
$T_i - \langle T \rangle, c$	-0.01	0.04	-0.05	0.02	-0.02	-
$(T_i - \langle T \rangle)^2, \cdot 10^{-4} c^2$	1	16	25	4	4	50

1. Среднее значение периода колебаний математического маятника:  $\langle T \rangle = \frac{T_1 + T_2 + \dots + T_5}{5}$ .

$$2. \quad \begin{aligned} \langle T \rangle &= \frac{c_1 + c_2 + \dots + c_5}{5} = c \\ \langle T \rangle &= \frac{1.79 c + 1.84 c + 1.75 c + 1.82 c + 1.78 c}{5} = 1.80 c \end{aligned}$$

3. Проведём соответствующие вычисления и заполним табл. 1.

$$\begin{aligned} [T_i - \langle T \rangle] &= c - c = c \\ T_1 - \langle T \rangle &= 1.79 c - 1.80 c = -0.01 c, \\ [(T_i - \langle T \rangle)^2] &= c^2 - c^2 = c^2 \\ (T_1 - \langle T \rangle)^2 &= (-0.01 c)^2 = 0.0001 c^2 = 10^{-4} c^2 \end{aligned}$$

4. найдём дисперсию среднего значения периода колебаний маятника

$$\begin{aligned} S_{\langle T \rangle}^2 &= \frac{(T_1 - \langle T \rangle)^2 + (T_2 - \langle T \rangle)^2 + \dots + (T_5 - \langle T \rangle)^2}{5 \cdot 4} \\ [S_{\langle T \rangle}^2] &= \frac{(c - c)^2 + (c - c)^2 + \dots + (c - c)^2}{1} = c^2 \\ S_{\langle T \rangle}^2 &= \frac{50 \cdot 10^{-4} c^2}{20} = 2,5 \cdot 10^{-4} c^2 \end{aligned}$$

5. Найдём среднеквадратичное отклонение среднего значения по формуле  $S_{\langle T \rangle} = \sqrt{S_{\langle T \rangle}^2}$ ,

$$\begin{aligned} [S_{\langle T \rangle}] &= \sqrt{c^2} = c \\ S_{\langle T \rangle} &= \sqrt{S_{\langle T \rangle}^2} = \sqrt{2,5 \cdot 10^{-4} c^2} = 1,6 \cdot 10^{-2} c \end{aligned}$$

6. Результат измерения периода колебаний запишем в виде:  $T = \langle T \rangle \pm t_{p,k} S_{\langle T \rangle}$ , где для вероятности  $p = 0.95$  и числа степеней свободы  $k = n - 1 = 4$ , значение параметра Стьюдента  $t_{p,k} = 2.8$

$$\text{Ответ: } T = (1,80 \pm 2,8 \cdot 1,6 \cdot 10^{-2}) c = (1,80 \pm 0,05) c$$

**Вывод:** На примере определения периода колебаний математического маятника я научился обрабатывать прямые измерения.

## Упражнение 2. Обработка результатов косвенных измерений. Определение ускорения свободного падения

Таблица 2

$N_{изм}$	$T_i, c$	$S_T, c$	$l, м$	$S_l, м$	$\langle g \rangle, \frac{м}{c^2}$	$S_g, \frac{м}{c^2}$
1	1.79	$3.54 \cdot 10^{-2}$	0.80	0.025	9.74	0.6
2	1.84					
3	1.75					
4	1.82					
5	1.78					
$\Sigma$	8.98					

4. По формуле  $\langle g \rangle = \frac{4\pi^2 l}{\langle T^2 \rangle}$  вычислим среднее значение ускорения.

Проверим размерность:  $[\langle g \rangle] = \frac{м}{c^2}$ . Подставим значения:  $\langle g \rangle = \frac{4 \cdot 3,14^2 \cdot 0,80 м}{(1,80 c)^2} = 9,74 \frac{м}{c^2}$

5. Вычислим дисперсию ускорения свободного падения по формуле:

$$S_g^2 = \left( \frac{4\pi^2}{\langle T \rangle^2} \right)^2 S_l^2 + \left( \frac{-8\pi^2 l}{\langle T \rangle^3} \right)^2 S_T^2 + \left( \frac{8\pi l}{\langle T \rangle^2} \right)^2 S_\pi^2;$$

Проверим размерность:  $[S_g^2] = \left( \frac{1}{c^2} \right)^2 м^2 + \left( \frac{м}{c^3} \right)^2 c^2 + \left( \frac{м}{c^2} \right)^2 = \frac{1}{c^4} м^2 + \frac{м^2 c^2}{c^6} + \frac{м^2}{c^4} = \frac{м^2}{c^4} + \frac{м^2}{c^4} + \frac{м^2}{c^4} = \frac{м^2}{c^4}$ .

В качестве погрешности в определении длины нити математического маятника  $S_l$  возьмём квадрат приборной погрешности (*в качестве приборной погрешности принимается величина, равная половине цены деления шкалы прибора*).

Если длину измеряли миллиметровой линейкой, то  $S_l = \frac{1 мм}{2} = 0,5 мм = 5 \cdot 10^{-4} м$

В качестве погрешности  $S_\pi$  числа  $\pi$  возьмите табличную погрешность (*в качестве табличной погрешности принимается величина, равная половине единицы последнего разряда округлённой табличной величины*).

Если  $\pi = 3,14$ , то  $S_\pi = \frac{0,01}{2} = 0,005$ .

Величину  $S_T^2$  рассчитаем по формуле  $S_T^2 = \frac{\sum (T_i - \langle T \rangle)^2}{n-1}$ , где  $n$  – число измерений.

Проверим размерность:  $[S_T^2] = \frac{(c - c)^2}{1} = c^2$ ;  $S_{\langle T \rangle}^2 = \frac{50 \cdot 10^{-4} c^2}{4} = 12,5 \cdot 10^{-4} c^2$ .

$$S_g^2 = \left( \frac{4 \cdot 3,14^2}{(1,80 c)^2} \right)^2 \cdot (0,025 м)^2 + \left( -\frac{8 \cdot 3,14^2 \cdot 0,80 м}{(1,80 c)^3} \right)^2 \cdot 12,5 \cdot 10^{-4} c^2 + \left( \frac{8 \cdot 3,14 \cdot 0,80 м}{(1,80 c)^2} \right)^2 \cdot (0,005)^2, \Rightarrow$$

$$S_g^2 = 926,06 \cdot 10^{-4} \frac{м^2}{c^4} + 1463,38 \cdot 10^{-4} \frac{м^2}{c^4} + 9,62 \cdot 10^{-4} \frac{м^2}{c^4} = 3351,21 \cdot 10^{-4} \frac{м^2}{c^4} = 0,34 \frac{м^2}{c^4}, \Rightarrow S_g^2 = 0,34 \frac{м^2}{c^4}$$

6. Найдём среднеквадратичное отклонение ускорения:  $S_g = \sqrt{S_g^2}$ .  $S_g = \sqrt{0,34 \frac{м^2}{c^4}} = 0,58 \frac{м}{c^2} = 0,6 \frac{м}{c^2}$

7. Результат измерения ускорения запишем в виде:  $g = \langle g \rangle \pm S_g$ ;  $g = (9,7 \pm 0,6) \frac{м}{c^2}$

**Вывод:** Из сравнения значения ускорения свободного падения, полученного в результате проведённого эксперимента

$g_{практика} = (9,7 \pm 0,6) \frac{м}{c^2}$  с теоретическим значением  $g_{теория} = (9,81 \pm 0,05) \frac{м}{c^2}$ , видно, что их значения незначительно

отличаются. Относительная погрешность нашего эксперимента составляет:

$$\varepsilon = \frac{|g_{практика} - g_{теория}|}{g_{теория}} \cdot 100\% = \frac{|9,74 \frac{м}{c^2} - 9,81 \frac{м}{c^2}|}{9,81 \frac{м}{c^2}} \cdot 100\% = 0,71\%$$

Такая величина погрешности, по моему мнению, связана в основном со случайными погрешностями измерений, возникающими во время эксперимента.